

# Poboljšanje karakteristika već projektovanog filtra konačnog impulsnog odziva

Marko Krstić, Pavle Jovanović

*Sadržaj* — U ovom radu biće izložena detaljna analiza jednog predloženog algoritma [1] čijom upotrebom se od već projektovanog filtra konačnog impulsnog odziva (FIR) dobija filter konačnog impulsnog odziva poboljšanih karakteristika. Analiza algoritma je sprovedena analitički a u okviru programskog paketa MATLAB® razvijeni su programi za verifikaciju dobijenih rezultata. U okviru rada biće prikazani neki ilustrativni primeri. Analizirani algoritam ne daje optimalan filter pa je pogodan za primenu u situacijama kada nemamo na raspolaganju odgovarajući alat za projektovanje filtra ili treba u veoma kratkom roku da poboljšamo slabljenje u nepropusnom opsegu već projektovanog filtra.

*Ključne reči* — FIR filter, MATLAB®

## I. UVOD

Danas na tržištu postoji veoma veliki broj različitih softverskih paketa namenjenih digitalnoj obradi signala i projektovanju filtera. Uobičajena je praksa da se, u slučaju potrebe, u nekom od alata specifikacijom nekoliko osnovnih parametara dobije filter željenih karakteristika. U nekim situacijama, projektovanje ne počinje "od nule" nego je upravo potrebno modifikovati filter koji već postoji u sistemu. Može se desiti da je potrebno promenu izvršiti u veoma kratkom roku a da pri tom nije dostupan pogodan alat za projektovanje filtera ili nam nisu do kraja poznati svi parametri sistema. U [1] je dato jedno moguće rešenje za slučaj kada se radi o FIR filteru i kada je karakteristika koju treba "popraviti" slabljenje u nepropusnom opsegu filtra. FIR filtre dobijene prikazanim postupkom autor je nazvao "Sharpened FIR Filters", a mi ćemo u našem tekstu koristiti po, analogiji, termin „izoštreni“ filter, i pod tim terminom zapravo podrazumevati FIR filter poboljšane amplitudske karakteristike. U okviru ovog rada, sprovedena je detaljna matematička analiza predloženog rešenja kao i verifikacija algoritma u programskom paketu MATLAB. Rad se sastoji od pet poglavlja. U poglavlju II ukratko se izlaže algoritma dat u [1]. U poglavlju III opisani su programi realizovani u MATLAB®-u. U poglavlju IV dato je nekoliko ilustrativnih primera. Poglavlje V je zaključak.

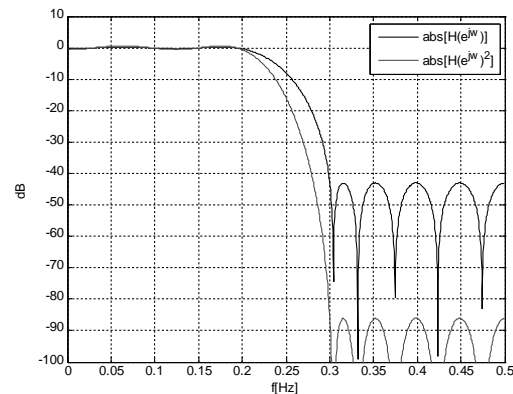
## II. PREGLED ALGORITMA

### A. Prva ideja

Ukoliko je potrebno ostvariti veće slabljenje u nepropusnom opsegu filtra svakako je najjednostavnije da dva puta izvršite filtriranje postojećim filterom tj. da umesto funkcije prenosa filtra  $H(z)$  koristite  $H^2(z)$ . Posmatrajmo dobre i loše strane ovog rešenja na primeru NF filtra projektovanog optimalnom metodom [2] sa sledećim parametrima: br. koeficijenata  $N=17$ , frekvencija odabiranja  $F_s=1$ , propusni opseg  $f_{pass}=0.2$ , talasanje u propusnom opsegu 0.42dB, granica nepropusnog opsega  $f_{stop}=0.3$ , slabljenje u nepropusnom opsegu 46 dB.

Ukoliko pogledamo grafik prikazan na Sl. 1 (amplitudske karakteristike filtera) možemo uočiti da nam se granice filtra nisu menjale i da nam se slabljenje u nepropusnom delu filtra povećalo baš kao što smo i želeli. Ali ukoliko pogledamo grafik prikazan na Sl. 2 (predstavlja „zumiran“ propusni opseg) mogu se primetiti veće oscilacije u odnosu na početni filter što je svakako nepovoljno.

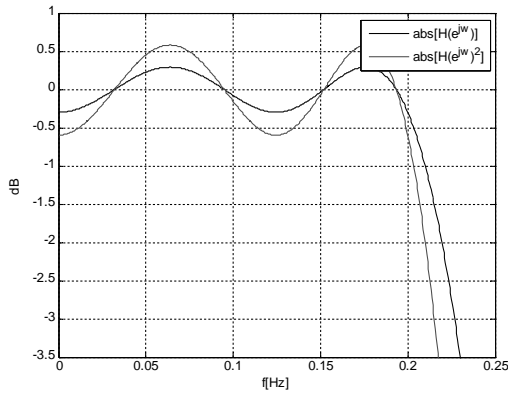
Da rezimiramo, primenom filtra sa funkcijom prenosa  $H^2(z)$  dobili smo veće oscilacije u propusnom opsegu, dva puta slabljenje u nepropusnom opsegu, granice filtra su nam ostale iste, zadržali smo linearnu faznu karakteristiku specifičnu za FIR filtre i zbog filtriranja dva puta imamo dva puta više operacija i dva puta veće kašnjenje signala koji je filtriran ovakvom kaskadnom vezom.



Sl. 1 Amplitudska karakteristika polaznog filtra i kaskadne veze dve identične replike polaznog filtra

Marko Ž Krstić, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, Srbija (telefon: 381-64-5444542; e-mail: [markole@ptf.rs](mailto:markole@ptf.rs)).

Pavle Jovanović, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, Srbija (telefon: 381-63-8853138; e-mail: [pavleettf@yahoo.com](mailto:pavleettf@yahoo.com)).



Sl. 2 Amplitudska karakteristika polaznog filtra i kaskadne veze dve identične replike polaznog filtra u propusnom opsegu filtera

### B. Teorijska osnova „izoštavanja“ FIR filtra

Predstavimo vezu između  $H(z)$  i  $H^2(z)$  na sledeći način  $H^2(z)=F[H(z)]=H(z)$  i to na grafiku zavisnosti  $F[H(z)]$  od  $H(z)$ . Sa sl. 3 se može uočiti da kada je  $H(z)$  blisko nuli (odgovara nepropusnom opsegu), tada je  $H^2(z)$  još bliže nuli (slabljenje nepropusnog opsega je veće). U slučaju kada je  $H(z)$  blisko jedinici (odgovara propusnom opsegu) tada je  $H^2(z)$  dva puta udaljenije od jedinice (oscilacije su dva puta veće). Da bi postigli poboljšanje i u propusnom i u nepropusnom opsegu potrebno je da funkcija  $F[H(z)]=H_s(z)$  bude ravna u okolini jedinice i u okolini nule.

Najjednostavnija funkcija kojom se mogu zadovoljiti ovi uslovi je polinom trećeg stepena:

$$F(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 \quad (1)$$

Čiji je izvod po  $x$ :

$$F'(x) = c_1 + 2c_2x + 3c_3x^2 \quad (2)$$

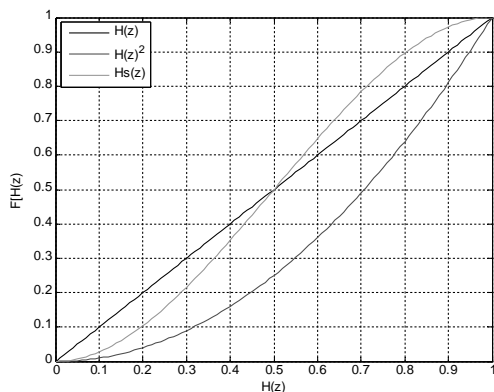
Iz željenih vrednosti funkcija  $F(x)$  i  $F'(x)$  za  $x=0$  i  $x=1$  dobijamo vrednosti koeficijenata  $c_i$ :  $c_0=0$ ,  $c_1=0$ ,  $c_2=3$  i  $c_3=-2$  što funkciji  $F(x)$  daje sledeći oblik:

$$F(x) = 3x^2 - x^3 = (3 - 2x)x^2 \quad (3)$$

Odakle konačno dobijamo funkciju prenosa "izoštrenog filtra" [1]:

$$H_s(z) = F[H(z)] = (3 - 2H(z))H^2(z) \quad (4)$$

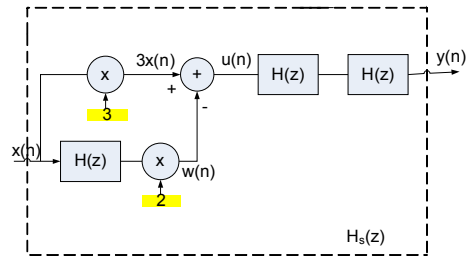
Na grafiku na Sl. 3 prikazana je zavisnost  $H_s(z)$  od  $H(z)$ .



Sl. 3 Grafik zavisnosti  $F[H(z)]$  od  $H(z)$  za sva tri opsana slučaja.

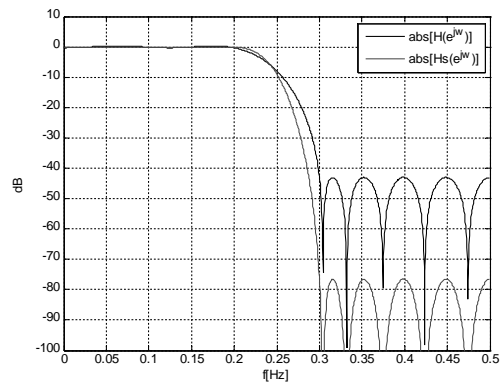
### C. Postupak „izoštavanja“ i karakteristike tako dobijenog filtra

Predstavimo jednačinu (4) odgovarajućim simulacionim blok dijagramom Sl. 4, i pratimo tok signala.

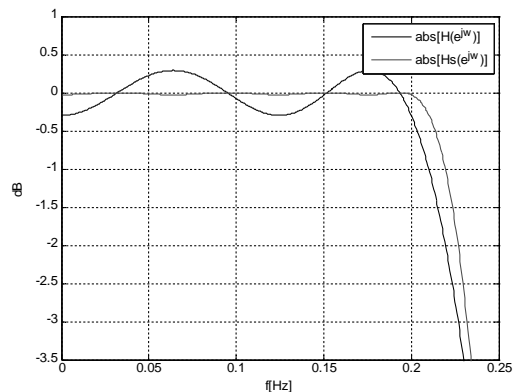


Sl. 4 Realizacija „izoštrenog“ filtra

Mogu se uočiti sledeće operacije: ulazni signal  $x(n)$  filtriramo jednom sa  $H(z)$  i zatim množimo izlazni signal sa 2 čime dobijamo signal  $w(n)$  od koga treba oduzeti ulazni signal prethodno pomnožen sa 3 i tek tada novodobijeni signal  $u(n)$  filtrirati dva puta. Na izlazu dobijamo signal  $y(n)$  koji predstavlja ulazni signal filtriran „izoštrenim“ filtrom. Treba dodati da pri implementaciji ovog algoritma treba uzeti u obzir kašnjenje usled filtriranja, tj signal  $3x(n)$  treba zakasniti za  $(N-1)/2$  odbiraka, gde je  $N$  broj koeficijenata filtra.



Sl. 5. Amplitudska karakteristika polaznog filtra i „izoštrenog“ filtra



Sl. 6. Amplitudska karakteristika polaznog filtra i „izoštrenog filtra“ u propusnom opsegu filtera

Sa priloženih grafika se redom može uočiti da je u odnosu na polazni filter  $H(z)$ :

1. povećano slabljenje u nepropusnom opsegu,
2. oscilacije manje u propusnom opsegu,
3. fazna karakteristika ostala linearna,

4. impulsni odziv približno tri puta duži (kašnjenje signala je veće, filtriranje se, zapravo, vrši tri puta).

Da rezimiramo, ovakvim postupkom „izoštavanja“ filtra uspeli smo da poboljšamo karakteristike filtra i u propusnom i u nepropusnom opsegu na uštrb kašnjenja, i ukoliko naš sistem može da istrpi to kašnjenje ovaj algoritam nam može rešiti nastalu situaciju.

Algoritam se može primeniti na FIR filtre i to na NF, PO, NPO, VF koji imaju simetrične koeficijente i paran red, kao i na filtre propusnike više opsega ukoliko imaju podjednako pojačanje u svim opsezima. Razlog za to je jer ukoliko filtar ima pojačanje veće od 1 treba uvesti određene modifikacije tj.

$$H_{s, gain > 1}(z) = \left[ \frac{3}{G} - \frac{2H(z)}{G^2} \right] H^2(z) \quad (5)$$

gde je  $G$  pojačanje filtra nad kojim se primenjuje algoritam. Pojačanje nije dato u dB. Signal koji se filtrira 2 puta deli se sa  $G$ , dok se signal koji prolazi kroz tri filtra deli sa  $G^2$  tako da međusobni odnosi između signala ostanu isti, tj. „izoštreni filtar“ ima pojačanje  $G$ .

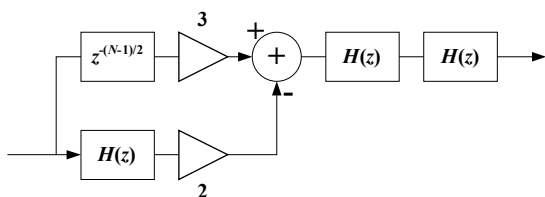
Zbog vremenskog poravnanja signala  $3x(n)$  i  $w(n)$  algoritam „izoštavanja“ filtra nije primenjiv na filtre koji nemaju konstantno grupno kašnjenje kao što su FIR (filtri konačnog odziva) filtri minimalne faze i IIR filtri (filtri beskonačnog odziva). Algoritam se ne upotrebljava ni sa Hilbertovim transformatorom, diferencijalnim FIR filtrima i filtrima sa uobičajenim opsezima kao što je podignuti kosinus jer kaskadnom vezom ovakvih filtara gubimo njihovu funkciju.

### III. RAZVIJENI MATLAB® PROGRAMI

Algoritam je realizovan u okviru Matlab paketa i pri tome su razvijeni sledeći programi: program koji kreira posmatrani NF filtar, program kojim se vrši upoređivanje karakteristika ekvivalentnog filtra kod dvostrukog filtriranja i već projektovanog filtra, program kojim se vrši upoređivanje karakteristika već projektovanog filtra i „izoštrenog“ filtra za različite tipove filtara NF, VF i PO.

Razvijen je i program koji za koeficijente postojećeg filtra zadate od strane korisnika formira „izoštreni“ filtar željenog tipa. Pri tome program je tako napravljen da može da prihvati koeficijente bilo kog filtra bez obzira da li je kreiran u Matlabu ili ne. Program koji je razvijen u potpunosti verifikuje algoritam i strogo je razvijen po formuli (6).

$$H_{s, gain > 1}(z) = \left[ \frac{3}{G} z^{-\frac{N-1}{2}} - \frac{2H(z)}{G^2} \right] H^2(z) \quad (6)$$



Sl. 7 Korektna blok šema „izoštrenog“ filtra

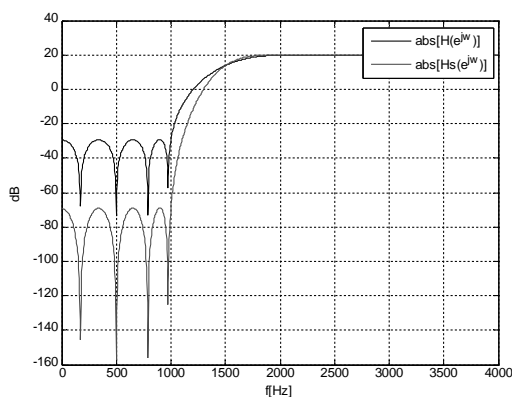
Jednačina (6) odgovara jednačini (5) i činjenici da signal  $x(n)$  na sl. 4 treba zakasnuti u gornjoj grani za kašnjenje koje unosi polazni filtar. Ista stvar je prikazana na sl. 7 koja je u stvari korektna blok šema „izoštrenog“ filtra.

### IV. PRIMERI

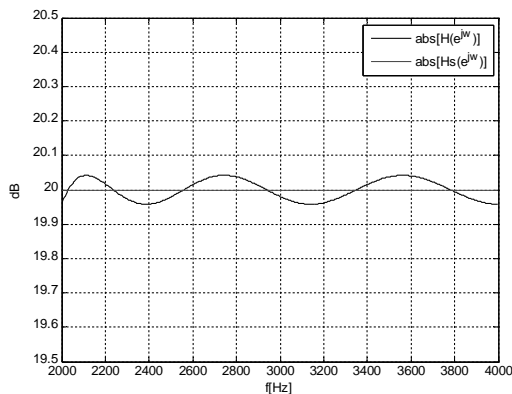
U ovom poglavlju biće prezentovano nekoliko primera primene algoritma izoštravanja filtara. Dobijeni rezultati biće upoređeni sa filtrom  $H(z)$  koji smo imali na raspolaganju.

#### A. Primer 1

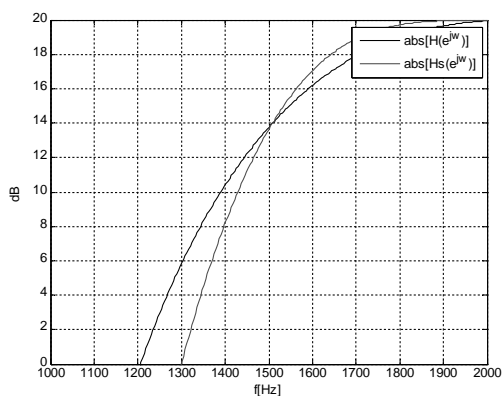
Primer VF filtra sa sledećim karakteristikama:  $G=10$ , frekvencija odabiranja  $f_s=8000$  Hz, granična frekvencija propusnog opsega 2000 Hz, granična frekvencija nepropusnog opsega 1000 Hz, slabljenje u propusnom opsegu  $r_p=0.78$  dB, filtar je projektovan optimalnom metodom [4]. Rezultati Matlab programa za ovaj za ovaj primer prikazani su od sl. 8 do sl. 10.



Sl. 8 Amplitudska karakteristika polaznog filtra i „izoštrenog“ filtra



Sl. 9 Amplitudska karakteristika polaznog filtra i „izoštrenog“ filtra u propusnom opsegu filtara

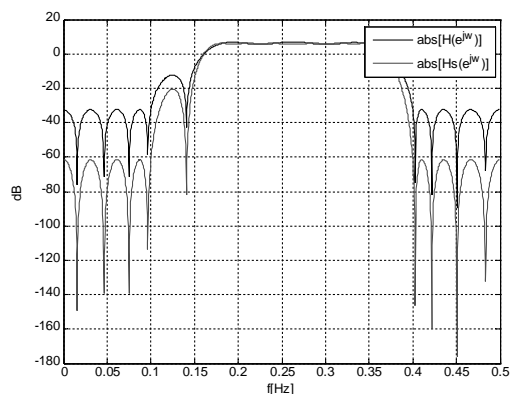


Sl. 10 Zumiran deo u kome se seku amplitudska karakteristika polaznog i „izoštrenog“ filtra

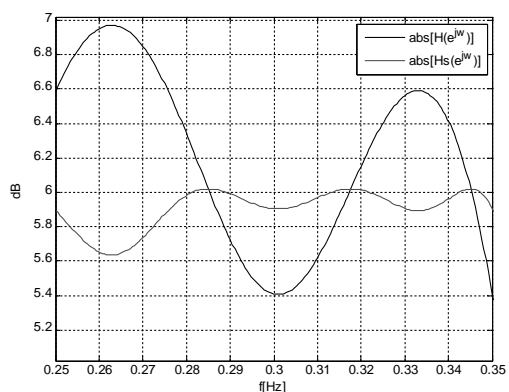
### B. Primer 2

Primer filtra PO sa sledećim karakteristikama:

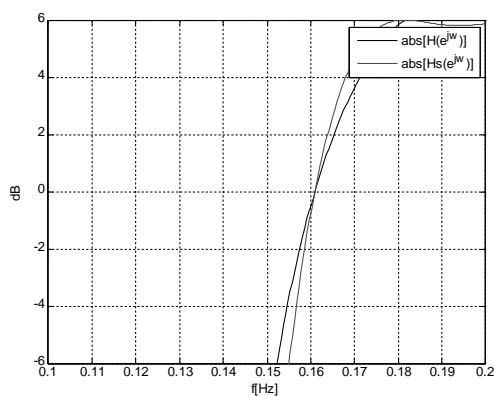
$G=2$ , frekvencija odabiranja  $f_s=1$  Hz, granične frekvencija propusnog opsega  $[0.2 \ 0.35]$  Hz, granične frekvencije nepropusnog opsega  $0.1$  Hz i  $0.4$  Hz, slabljenje u nepropusnom opsegu  $r_s=40$  dB, oscilacije u propusnom opsegu  $r_p=2$  dB, filter je projektovan optimalnom metodom [4]. Rezultati Matlab programa za ovaj za ovaj primer prikazani su od sl. 11 do sl. 13.



Sl. 11 Amplitudska karakteristika polaznog filtra i „izoštrenog“ filtra



Sl. 12 Amplitudska karakteristika polaznog filtra i „izoštrenog“ u propusnom opsegu filtera



Sl. 13 Zumiran deo u kome se seku amplitudska karakteristika polaznog i „izoštrenog“ filtra

Sl. 10 i sl. 13 nismo imali u dosadašnjoj analizi i one pokazuje činjenicu da se izoštreni filter i postojeći filter uvek imaju istu frekvenciju na kojoj se gubi polovina snage (tačka u kojoj je vrednost amplitude  $20\log G=6$ dB), što proističe iz  $F[H(z)]=H_s(z)$  i  $F[H(z)]=H(z)$  jednake za  $H(z)=0.5$ .

### V. ZAKLJUČAK

U ovom radu prezentovan je jedan od nestandardnih načina projektovanja filtera. Ukoliko bismo primenili optimalan način projektovanja filtera i zahtevali iste karakteristike kao kod „izoštrenog“ filtera dobili bismo manji broj koeficijenata (brža realizacija) i bolju karakteristiku filtera ali ovaj metod može poslužiti kada sebi možemo priuštiti veći broj koeficijenata filtera (veće kašnjenje, veća memorija, više elementarnih delova na kartici), kada nemamo odgovarajuću opremu na terenu i kada nemamo dovoljno vremena. Na nekoliko reprezentativnih primera, mi smo pokazali da se prikazani algoritam može uspešno primeniti kada je polazni filter FIR filter linearne faze bilo kog tipa.

### LITERATURA

- [1] Matthew Donadio, "Lost knowledge refund: sharpened FIR filters," IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 20, pp. 61 – 63, Sep 2003.
- [2] Milić, Lj., Dobrosavljević, Z., *Uvod u digitalnu obradu signala*, II izdanje, Akademska misao, Beograd, 2004.
- [3] Mitra, S. K., *Digital Signal Processing: A Computer-Based Approach*, McGraw-Hill, USA, 2001.
- [4] Mitra, S. K., *Digital signal Processing Laboratory using MATLAB*, McGraw-Hill, USA, 1999.

### ABSTRACT

This paper verifies algorithm [1] with the help of which the projected finite impulse response (FIR) filter results in finite response filter of improved characteristics. Analysis of algorithm was performed in MATLAB. In this paper some illustrative examples are presented.

It should be emphasized that FIR filter created in this manner is not optimal filter, thus the method is used in situation when the filter design tool is unavailable and we are running out of time.

### IMPROVING CHARACTERISTICS OF A GIVEN FIR FILTER

Marko Krstić, Pavle Jovanović