

# MATLAB програм за синтезу LC филтара из задате трансфер функције

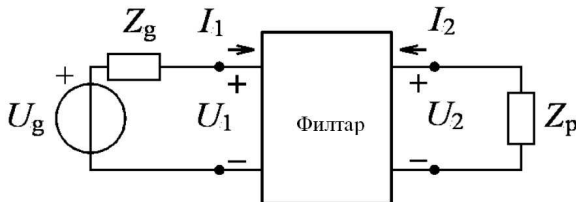
Томислав С. Милошевић, Дејан В. Тошић

**Садржај** — У раду је приказан програм за синтезу LC филтара из задате трансфер функције (функције преноса). Програм је развијен у MATLAB-у као пакет (toolbox) LCsinteza. LCsinteza се користи за пројектовање филтара пропусника ниских учестаности реализованих као лествичаста мрежа. У раду се даје преглед основне теорије синтезе филтара и излажу појединости софтверског решења у MATLAB-у. Посебно се истичу проблеми добијања највећег броја тачних цифара вредности елемената. Пакет LCsinteza се пореди са комерцијалним, професионалним софтвером Filter Solutions.

**Кључне речи** — синтеза електричних филтара, филтар пропусник ниских учестаности, LC лествичаста мрежа.

## I. УВОД

ЕЛЕКТРИЧНИ филтри су линеарне, временски непроменљиве, фреквенцијски селективне мреже без независних извора чије функције преноса задовољавају постављене услове. У овом раду ћемо посматрати пасивне филтре са два приступа који су начињени од коначног броја калемова и кондензатора. Сматраћемо да се филтар побуђује напонским извором чија је унутрашња импеданса отпорничка. Увешћемо претпоставку да се потрошач може представити отпорником. Опште коло двоструко затвореног (doubly terminated) филтра приказано је на слици 1.



Слика 1. Опште коло двоструко затвореног филтра.

Функција преноса филтра (transfer function) за простопериодичну усталену побуду се дефинише као

$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_g(s)}, \quad (1)$$

где су смерови  $U_2(s)$  и  $U_g(s)$  дати на слици 1,  $s = j\omega$ ,  $\omega = 2\pi f$  и  $j = \sqrt{-1}$ .

Томислав С. Милошевић, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду (e-mail: tomlslav.milosevic@yahoo.com).

Дејан В. Тошић, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду (e-mail: tosic@etf.bg.ac.yu).

Сматраћемо да је амплитудски одзив познат, односно да је изабрана функција апроксимације

$$M(\omega) = |H(j\omega)| \quad (2)$$

и да је карактеристична функција дата као

$$K(\omega) = \sqrt{\frac{1}{M^2(\omega)} - 1}. \quad (3)$$

Функција мреже филтра са концентрисаним елементима је рационална функција по  $s$  са реалним коефицијентима:

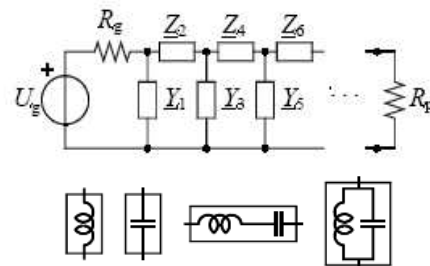
$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (4)$$

где су  $N(s)$  и  $D(s)$  полиноми, то јест:

$$H(s) = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s^1 + a_0}{b_d s^d + b_{d-1} s^{d-1} + \dots + b_1 s^1 + b_0}. \quad (5)$$

Нуле функције преноса су решења једначине  $N(s) = 0$ , а полови су решења  $D(s) = 0$ .

Лествичаста реализација филтра је приказана на слици 2. Она је подесна за инжењерску праксу јер је њена функција преноса најмање осетљива на промену вредности елемената. Основни алгоритам синтезе LC лествичастих филтара је дат у [1-5].

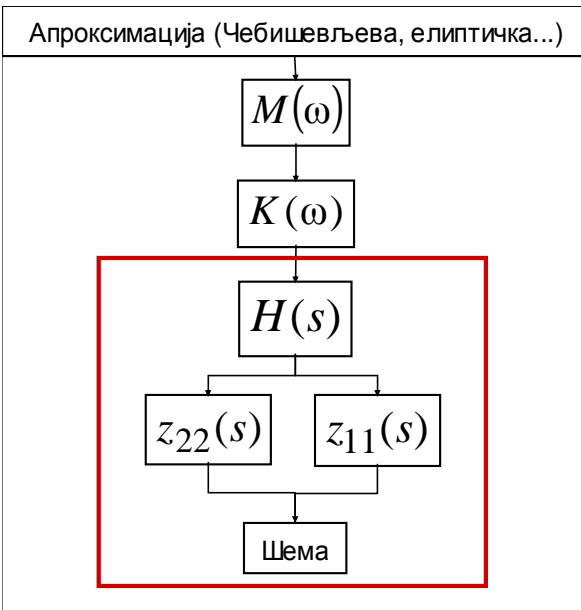


Слика 2. LC лествичаста реализација филтра.

У другом одељку се описује оригиналан софтверски пакет LCsinteza имплементиран у MATLAB-у [7]. У трећем одељку се упоређују резултати пакета LCsinteza и професионалног, комерцијалног софтвера Filter Solutions [6]. У четвртном одељку се даје закључак.

## II. СОФТВЕРСКО РЕШЕЊЕ СИНТЕЗЕ – MATLAB ПАКЕТ LCSINTEZA

Упрошћени блок дијаграм алгоритма синтезе LC лествичасте мреже, који је имплементиран у пакету LCsinteza, приказан је на слици 3. Програм LCsinteza синтетиче шему филтра из функције преноса, што је истакнуто уоквиравањем на слици 3.



Слика 3. Упростијени блок дијаграм алгоритма синтезе LC лествичасте мреже.

Улазни подаци пакета LCsinteza су коефицијенти бројиоца и имениоца функције преноса. У току развоја уочено је да је MATLAB код за синтезу веома осетљив на нумеричке грешке, које се јављају код нумеричког дељења полинома и налажења нула полинома. Због тога је од посебног интереса било да се имплементирају ефикасни алгоритми нумеричких израчунавања који пресликавају коефицијенте задате функције у излазни резултат – вредности елемената LC реализације.

MATLAB записује сваки реалан број у меморијску локацију дужине 64 бита. Због тога је могуће да при израчунавањима која су потребна за синтезу филтра, дође до заокруживања бројева које смањује тачност међурезултата. Прорачун који се врши може дати нетачне међурезултате зато што се посматра већи број цифара него што је оптимално са гледишта простирања нумеричке грешке. Простирање нумеричке грешке може условити да теоријски тачне формуле дају погрешне резултате. Уочено је да су последње две или три цифре у децималном запису међурезултата најкритичније.

Ако је потребно упоредити два броја, на пример у услову (if наредба), потребно је водити рачуна да се бројеви заокруже на одговарајући број цифара, да би се уклонила евентуална нумеричка грешка. На пример, ово је важно код упоређивања комплексно конјугованих парова нула. Пакет LCsinteza користи глобални параметар назван `ttol` за заокруживање нумеричких међурезултата. Зависно од степена функције преноса, LCsinteza аутоматски подешава `ttol`.

Променљива `ttol` је глобална и као таква је видљива за сваку функцију пакета LCsinteza. Процена оптималне вредности `ttol` је добијена на основу низа нумеричких експеримената, кроз примере релевантне

за праксу. Употреба променљиве `ttol` је неопходна у стандардној 8-бајтној MATLAB имплементацији аритметике.

Број значајних цифара којима се представљају коефицијенти функције преноса је критичан и треба да је највећи могући. За синтезу филтара високог реда (на пример, једанаестог реда), без обзира колико су квалитетни нумерички алгоритми синтезе, немогуће је тачно прорачунати елементе филтра ако не постоји довољно тачних цифара у улазним подацима. LCsinteza аутоматски генерише поруке за корисника о броју значајних цифара међурезултата и крајњих резултата. На самом почетку рада LCsinteza обавештава корисника о минималном броју значајних цифара коефицијената функције преноса. На савременим рачунарима LCsinteza се извршава за мање од минута, па је могуће експериментисати са различитим бројем значајних цифара улазних података.

LCsinteza може да се користи и за пројектовање једне класе микроталасних филтара који су начињени од идеалних водова, али то није предмет овог рада.

Организациона шема пакета LCsinteza је приказана на слици 4. Језгро пакета чине функције групе 1 и оне непосредно прорачунавају LC мрежу. Стрелице црне боје приказују хијерархијски однос (на пример, да би се позвала `nlcc` прво се мора проћи кроз LCsinteza).

Синтезу филтра парног реда врше функције групе 2.

Структурне манипулације коефицијентима полинома, третирањем као низ, извршавају функције групе 3 (на пример, ако низ који представља коефицијенте полинома поседује водеће нуле, функција `bvn` их уклања, чиме се низ ефективно скраћује).

Провере валидности и неких особина међурезултата врше функције из групе 4. На пример, функција `check` испитује да ли је могуће извршити синтезу филтра користећи одређену имитансу.

Заокруживање бројева се врши уз помоћ функција из групе 5.

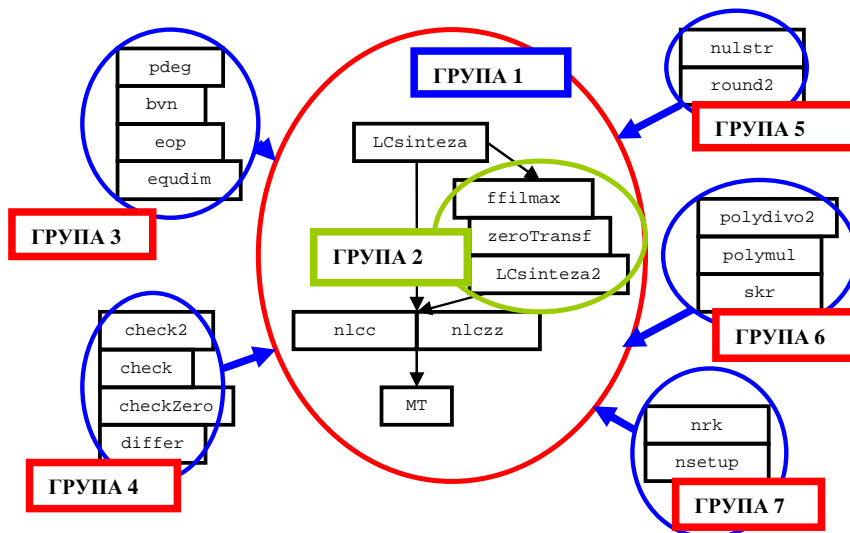
Нумеричка обрада полинома се обавља функцијама из групе 6 (скраћивање, множење и дељење квадратним триномом).

Функције које имплементирају неке од алгоритама који су специфични за пројектовање филтара а који се односе на обраду низова нула полинома су у групи 7 (нпр. `nrk` групише комплексне нуле које се јављају у квадриполима).

### III. ПРИМЕРИ СИНТЕЗЕ

Посматрајмо елиптички филтар деветог реда чији су коефицијенти трансфер функције приказани на слици 5.

Резултат прорачуна пакета LCsinteza приказан је на слици 6. Излазна матрица, названа `LCmatrixa` је облика `[tip, sastav, L, C]`, где је `tip=0` за редну грану, `tip=1` за паралелну грану, `sastav=0` за индуктивност, `sastav=1` за капацитивност, `sastav=2` за редно LC коло, `sastav=3` за паралелно LC коло. `L` представља индуктивност, а `C`



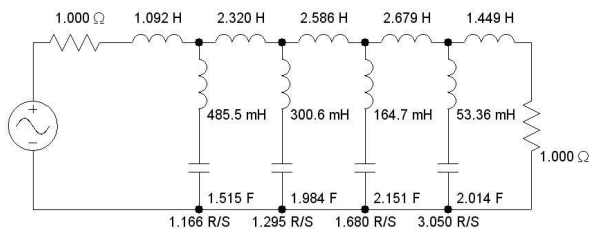
Слика 4. Организациона шема пакета LCsinteza.

капацитивност. Добијени резултат је у сагласности са резултатом који даје Filter Solutions (слика 7).

Као други пример посматрајмо елиптички филтар седамнаестог реда. Професионални, комерцијални софтвер, Filter Solutions не успева да нађе реализацију (слика 8)! Насупрот томе, LCsinteza успешно израчунава вредности елемената (слика 10). Коefицијенти функције преноса филтра су приказани на слици 9.

```
>> num=[0 4.201286646e-05 0 ...
6.370158272e-04 0 2.745613694e-03 ...
0 4.510243161e-03 0 ...
2.514237725e-03 ];
>> den=[ 1 1.332390436 2.064290534 ...
1.734379971 1.342322441 0.7251162922 ...
0.3235694133 0.1020689216 2.236378969e-02 ...
2.514237725e-03 ];
>>
>> Z0=50; ispis=1; Rg=1; R0=1; MTf=0;
>>
>> [LCmatrica,MTmatrica,ier] = ...
LCsinteza(num,den,Z0,ispis,Rg,R0,MTf);
```

Слика 5. Бројилац и именилац функције преноса елиптичког филтра 9. реда, иницијализација улазних података и позив пакета LCsinteza. MATLAB.



Слика 7. Резултат синтезе програмом Filter Solutions за коefицијенте са слике 5.

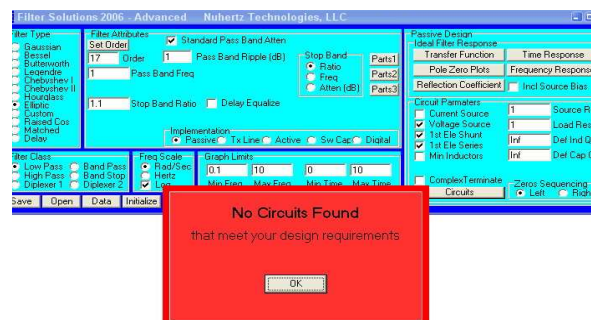
```
LCsinteza Ver. 1.0. (c)2008 - Vrednosti elemenata

Z0[Ohms] Rg[Ohms] R0[Ohms]
50.000000 1.000000 1.000000

Realizacija 1
tip sastav L [H] C [F]
1 1 0.000000 1.448444
0 3 2.013976 0.053365
1 1 0.000000 2.678824
0 3 2.151265 0.164719
1 1 0.000000 2.585481
0 3 1.984492 0.300596
1 1 0.000000 2.319979
0 3 1.514871 0.485533
1 1 0.000000 1.092388

Realizacija 2
tip sastav L [H] C [F]
0 0 1.448444 0.000000
1 2 0.053365 2.013976
0 0 2.678824 0.000000
1 2 0.164719 2.151265
0 0 2.585481 0.000000
1 2 0.300596 1.984492
0 0 2.319979 0.000000
1 2 0.485533 1.514871
0 0 1.092388 0.000000
```

Слика 6. Резултат синтезе пакетом LCsinteza за коefицијенте са слике 5.



Слика 8. Немогућност синтезе. Filter Solutions.

```

>> num=[0 5.9394081087198e-07 0 ...
1.8679658508115e-05 0 1.9642956645843e-04 ...
0 1.0127765373728e-03 0 ...
2.9472320945621e-03 0 5.097412833107e-03 ...
0 5.206123118811e-03 0 ...
2.9040127586612e-03 0 6.8290296864136e-04 ];
>> den=[ 1 0.90996427250573 ...
5.5594855848706 4.5038571252915 ...
13.043922853593 9.3011143071263 ...
16.743679985475 10.34018339536 ...
12.724803950989 6.6447573101854 ...
5.7696785347163 2.4528661638138 ...
1.4850720609351 0.48073182851011 ...
0.18914694502628 4.0344283577359e-02 ...
8.19189985376e-03 6.8290296864136e-04 ];
>>
>> Z0=50; ispis=1;
>> Rg=1; R0=1; MTf=0;
>>
>> [LCmatrica,MTmatrica,ier] = ...
LCsinteza(num,den,Z0,ispis,Rg,R0,MTf);

```

Слика 9. Коефицијенти функције мреже за филтар чија је спецификација дата на слици 8, иницијализација улазних података и позив пакета LCsinteza. MATLAB.

#### IV. ЗАКЉУЧАК

Приказано је оригинално софтверско решење, LCsinteza, за синтезу LC лествичастог филтра пропусника ниских учестаности. У софтверској реализацији је посебна пажња обрађена на смањивање утицаја нумеричке грешке код операција са полинонима. Рад пакета LCsinteza је тестиран на примерима релевантним за праксу и резултати су упоређивани са професионалним, комерцијалним софтвером Filter Solutions. LCsinteza даје вредности елемената са четири значајне цифре и у случајевима филтара високог реда када Filter Solutions не може да реши проблем – јавља грешку и обуставља рад без резултата. Будући истраживачки напори су усмерени ка повећању броја тачних цифара вредности елемената за филтре чији је ред већи од 15.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Lutovac, M. D., Tošić, D. V. and Evans, B. L., *Filter Design for Signal Processing Using MATLAB and Mathematica*, Prentice Hall, New Jersey, 2001.
- [2] Хорват, Р., *Синтеза електричних мрежа*, Научна књига, Београд, 1977.
- [3] Гмитровић, М. В., *Синтеза мрежа I*, Електронски факултет у Нишу, 2000.
- [4] Гмитровић, М. В., *Микроталасни и таласни дигитални филтри*, Електронски факултет у Нишу, 2007.
- [5] Тошић, Д. В., *Пројектовање микроталасних филтара*, предавања, Електротехнички факултет у Београду, 2008.
- [6] Filter Solutions 2006 Advanced, <http://www.filter-solutions.com/>, Version 11.0.0, Nuhertz Technologies, LLC.
- [7] MATLAB, Version 2007a, <http://www.mathworks.com/>, The MathWorks, Inc.

```

LCsinteza Ver. 1.0. (c)2008 - Vrednosti elemenata
Z0[Ohms] Rg[Ohms] R0[Ohms]
50.000000 1.000000 1.000000

Realizacija 1
tip sastav L [H] C [F]
1 1 0.000000 2.145309
0 3 1.091894 0.054021
1 1 0.000000 2.927846
0 3 1.070610 0.194190
1 1 0.000000 2.694893
0 3 0.950774 0.407492
1 1 0.000000 2.350721
0 3 0.815953 0.672704
1 1 0.000000 2.010887
0 3 0.696177 0.963932
1 1 0.000000 1.727266
0 3 0.601943 1.250874
1 1 0.000000 1.525566
0 3 0.538938 1.487310
1 1 0.000000 1.441760
0 3 0.389603 2.124393
1 1 0.000000 0.435775

Realizacija 2
tip sastav L [H] C [F]
0 0 2.145309 0.000000
1 2 0.054021 1.091894
0 0 2.927846 0.000000
1 2 0.194190 1.070610
0 0 2.694893 0.000000
1 2 0.407492 0.950774
0 0 2.350721 0.000000
1 2 0.672704 0.815953
0 0 2.010887 0.000000
1 2 0.963932 0.696177
0 0 1.727266 0.000000
1 2 1.250874 0.601943
0 0 1.525566 0.000000
1 2 1.487310 0.538938
0 0 1.441760 0.000000
1 2 2.124393 0.389603
0 0 0.435775 0.000000

```

Слика 10. Резултат синтезе пакетом LCsinteza за коефицијенте са слике 9.

#### ABSTRACT

A program for LC filter synthesis from a given transfer function is presented in this paper. The program has been developed in MATLAB as a toolbox named LCsinteza. LCsinteza is used for designing lowpass filters realized as ladder networks. The filter synthesis basics are reviewed and MATLAB software solution is detailed. Problems of achieving the maximum number of significant digits for element values are highlighted. The operation of LCsinteza is compared with Filter Solutions, which is a commercial and professional software.

**Key words** — electrical filter synthesis, lowpass filter, LC ladder network.

#### MATLAB PROGRAM FOR LC FILTER SYNTHESIS FROM A GIVEN TRANSFER FUNCTION

Milošević, T. S., Tošić, D. V.