

Proračun izolacione moći lake dvostruke pregrade sa elastičnom potkonstrukcijom

Husnija Kurtović

Sadržaj — S obzirom na to da u literaturi nije nađen postupak proračuna datog u naslovu, ni za neki poseban ni za opšti slučaj, pokušano je ovim radom da se to postigne, delimično na bazi teorijske analize, a delimično traženjem što boljeg poklapanja sa rezultatima merenja, poštujući teorijske principe. Provera postupka je mogla biti izvršena samo na rezultatima tuđih merenja, sa vrlo malim brojem polaznih podataka. Dobijeni rezultati su, naravno, samo približni, ali postupak ukazuje na to kako utiču pojedini elementi konstrukcije i šta od njih zavisi, a to je za projektovanje važan podatak.

Keywords — dvostruke pregrade, lake pregrade, zvučna izolacija.

I. UVOD

RADI se o najkomplicovanijoj i najmanje pouzdanjoj fazi proračuna za razne vrste pregrada u naslovu. Dosad se autor više puta vraćao problemu lakih dvostrukih pregrada [2,3,4], sve u cilju da se popravi i upotpuni ono što je izneto pre više od 14 godina u lit. [1] i što bi trebalo da nađe mesto u novom izdanju tog Priručnika. Činjenica je da se najveće izolacione moći lake dvostruke pregrade mogu postići ako se noseća potkonstrukcija realizuje pomoću elastičnih spojnika dva pregradna elementa (dveju ploča), dakle pomoću neke vrste opruga (slika 1a). Još efikasnije rešenje, realizovanje pregrade sa dve potpuno odvojene ploče, ima taj nedostatak što zahteva više prostora za dve nezavisne potkonstrukcije i što nije moguće praviti prefabrikovane elemente za dvostruku pregradu. U literaturi nije nađeno rešenje koje bi, uz poznavanje karakteristika opruge, bilo opšteprimenljivo barem za orijentacioni proračun, čemu se i teži. Zato je u ovom radu izveden jedan metod proračuna pomoću kojeg se može, poznavajući karakteristike opruge, dobiti uvid u poboljšanje izolacije koje će doneti elastična potkonstrukcija. Provera metoda mogla je biti sprovedena samo na osnovu tuđih merenja, i samo kad se bar nešto znalo o karakteristikama opruga.

II. POLAZNE PRETPOSTAVKE

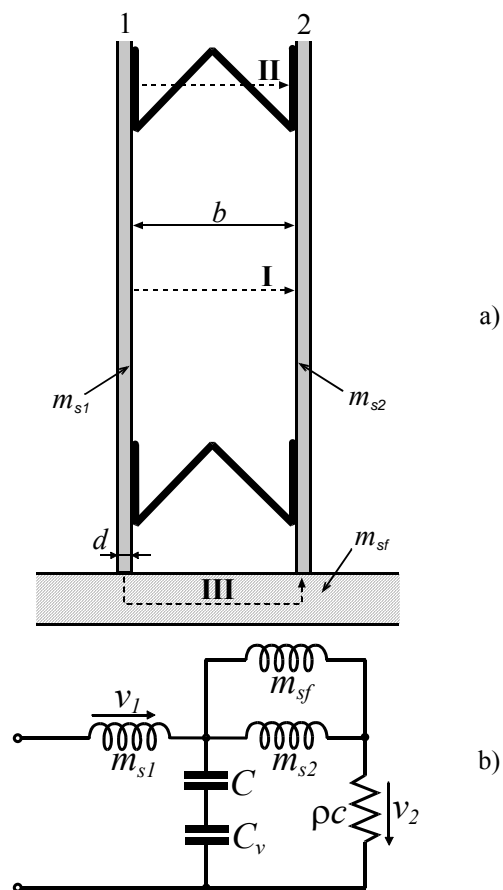
Prema već navedenoj literaturi i drugoj koja se bavi, sa fundamentalnih ili sa praktičnih aspekata, problemom

Ovaj rad je napisan na osnovu aktivnosti realizovanih u okviru projekta 23046 Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj republike Srbije.

Husnija Kurtović, profesor u penziji Elektrotehničkog fakulteta u Beogradu, Srbija (e-mail: hkurtovic@etf.rs).

zvučne izolacije [5,6,7,8], potrebno je pre svega poznavati površinsku masu m_s i debljinu d pregradnih elemenata 1 i 2 (slika 1a), njihove Jungove module i faktore gubitaka η . Na osnovu toga može se proračunom doći do karakteristike izolacione moći R (u decibelima) jedne lake pregrade. Ona u principu ima izgled kao kriva $R_1 = R_2$ na slici 2 koja se odnosi na pregradu iz lit. [9] za koju je izveden primer proračuna. Minimalna izolaciona moć koju može imati dvostruka pregrada, a to je slučaj kad su dva pregradna elementa prislonjena jedan uz drugi (nipošto zalepljeni jedan za drugi) iznosi (teorijski samo na niskim frekvencijama, a praktično u celom opsegu od interesa):

$$R_{\min} = 20 \lg(10^{R_1/20} + 10^{R_2/20}) \quad (1)$$



Slika 1.

Ako se elementi pregrade, oznake 1 i (ili) 2, sastoje od dve ploče koje nisu međusobno slepljene, onda se prvo njihova zajednička izolaciona moć (ona sada postaje R_1 , odn. R_2) nalazi po obrascu (1), pa se tek onda traži R_{\min}

dvostruke pregrade. Pri proračunu treba nalaziti R_{\min} za svaku 1/3 oktave pomoću izolacione moći svake od ploča na toj frekvenciji. (Naravno da postoji i R_{\max} koji je dat obrascem $R_{\max} = R_1 + R_2$, prikazan takođe na slici 2, i nikakav postupak proračuna ne sme dovesti do toga da se ova vrednost premaši.)

Na slici 1 označena su tri puta, I, II i III, kojima se vibracije pobuđene zvučnim poljem u elementu 1 prenose na element 2. Ekvivalentna električna šema za mehanički sistem na slici 1 u stvari ne postoji jer se radi o fleksionim talasima u pregradnim elementima. Na slici 1b predstavljen je ipak jedan simbolični električni analog mehaničke skice. Na šemi su elastičnost vazduha C , elastičnost veza između ploča C_v , a m_{sf} je površinska masa bočnih pregrada. Šema samo omogućava da se sagledaju uticaji svakog od tri puta na vibracije elementa 2 koji zrači. Naime, kao jedina mogućnost da se problem reši, usvojeno je da se postupi kao što se to radi kod uticaja raznih puteva prenošenja buke na ugroženi prostor. Za svaki put nađe se odvojeno koeficijent transmisije i onda se svi ti koeficijenti saberu (vidi [10]). Tu se, međutim, nikad ne sabiraju koeficijenti transmisije (τ) za puteve između iste dve pregrade; za njih se daje jedno izmereno zajedničko τ . Osim toga, tu se uvek radi o prostiranju zvučnih talasa, a ne o koncentrisanim parametrima na električnim šemama. Prema tome, usvojeni postupak ima nešto više opravdanja na višim frekvencijama gde putevi I, II i III postaju akustički i mehanički vodovi. Cilj celog postupka nije ni bio egzaktno rešenje, nego postupak kojim bi se došlo do upotrebljivog i opšteg, ali ipak približnog rešenja. Dodajmo da se u literaturi ekvivalentna električna šema primenjuje samo za dve beskonačno velike ploče, bez puteva II i III, i samo za normalnu incidenciju, a inače se govori samo opisno i u nagoveštajima kako pojedini elementi pregrade utiču.

U ovde prikazanom postupku putevi prenosa će biti analizirani zasebno, tamo gde je to moguće, posmatrajući šemu na slici 1b za svaki put samo sa jednim parametrom od tri (C , C_v i m_{sf}) koji ga zastupa, kao da druga dva parametra i ne postoje. U tome svakako ima logike jer tri puta su u stvari tri mehaničke pobude - tri sile - koje stvaraju fleksione talase u istoj ploči 2. I što je još važnije, dok ploča 2 talase pobuđene putem I zrači punom snagom, one pobuđene putevima II ili III ploča u opsegu ispod svoje frekvencije koincidencije, zrači sa znatno smanjenim stepenom zračenja (σ).

Put I uvek postoji (samo su parametri nešto drukčiji kod delimično evakuisanih termičkih dvostrukih prozora). Zvučni talasi koji su pobudili element 1, pobuđuju na identičan način celu površinu elementa 2, samo su oslabljeni prolaskom kroz element 1. Kada bi to bio jedini put prenosa, onda bi na niskim frekvencijama važila ekvivalentna šema na slici 1b uz $C_v = 0$ i $m_{sf} = \infty$. Poboljšanje izolacione moći ΔR_I za put I dato je na slici 2 krivom sa istom oznakom, što ćemo smatrati poznatim iz navedene literature.

Put II preko potkonstrukcije, koji u praksi takođe uvek postoji, analiziran je već u ponuđenoj literaturi za slučaj kad je u pitanju kruta potkonstrukcija. Rezultat je, radi

ilustracije, dat kružicama na slici 2 za pregradu koja je uzeta kao primer.

Put III se, pre svega, ne može u ni slučajno predstaviti paralelnom masom m_{sf} . Na slici 1b to treba samo da pokaže da će zbog tog puta brzina (struja) v_2 , od koje zavisi snaga zračenja, biti nešto veća od one kad se put III ne uzme u obzir. U realnosti vibracije elementa 1 prenose se na sve bočne pregrade u spajalištima, a preko nekih (obično 4) od njih i na element 2. I to je već obrađeno, najdetaljnije u lit. [4], s tim da treba napomenuti da ni o tome nema u fundamentalnoj literaturi egzaktnih podataka. Ovde je cilj da se dobije za dvostruku pregradu izolaciona moć koja bi se izmerila u laboratoriji, sa međusobno izolovanim ili bar vrlo masivnim bočnim pregradama, a u tom slučaju je uvek za lake pregrade uticaj puta III zanemarljiv.

III. UTICAJ ELASTIČNE POTKONSTRUKCIJE

Na putu II dolazi i do slabljenja prenošenja vibracija zbog elastičnosti opruga i do slabijeg zračenja (manje σ) elementa 2, ali ovo samo kad se radi o frekvenciji koja je niža od frekvencije koincidencije elementa 2 (f_{c2}). (Iznad f_{c2} stepen zračenja je $\sigma_2 = 1$). Opšti obrazac dakle glasi:

$$\Delta R_{II} = \Delta R_{IIv} + 10 \lg \frac{1}{\sigma_2} \quad (2)$$

gde indeks v označava poboljšanje kao posledicu elastičnosti mehaničkih veza elemenata 1 i 2. Nadeno poboljšanje dodaje se na R_{\min} . S obzirom na to da se i ΔR_I i ΔR_{II} dodaju na R_{\min} , mogu se oni prvo sabrati po obrascu:

$$\Delta R = 10 \lg \frac{1}{10^{0,1 \Delta R_I} + 10^{0,1 \Delta R_{II}}} \quad (3)$$

pa onda ΔR dodati na R_{\min} i to je konačno R_d ukoliko je put III zanemarljiv.

Polazna tačka da se nađe ΔR_{IIv} je nova frekvencija rezonance na koju sada utiču zajednički: vazduh u međuprostoru, elastične veze između ploča i sopstvene rezonance fleksionih talasa samih ploča. Svaki od ovih elemenata stvarao bi sam rezonancu označenu sa f_r , f_v i f_{xy} , respektivno. Tu se, dakle, tri puta ne mogu razdvojiti.

Prva rezonanca, za vazdušni sloj, nalazi se kao:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(m_{s1} + m_{s2}) \rho c^2}{m_{s1} m_{s2} b \delta}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho c^2}{m_{seq} b \delta}} \quad (4)$$

gde su: m_{s1} i m_{s2} površinske mase elemenata 1 i 2, bilo da ih sačinjava jedna ili više (neslepljenih) ploča; b razmak između ploča; ρc^2 Jungov modul vazduha; δ parametar koji je, za normalnu incidenciju i za vazdušni međuprostor ispunjen većim delom poroznim materijalom, ravan jedinici, a za prazan međuprostor iznosi $\cos^2 \theta$, gde je θ upadni ugao zvučnog talasa. Teorijski, upadni talas posle prolaska kroz element 1 nastavlja prostiranje pod istim uglom, zbog čega je $\delta = \cos^2 \theta$. Međutim već sama potkonstrukcija delimično sprečava takvo širenje, a uz to nije svejedno ni kakva je potkonstrukcija, tj. da li je u vidu tačkastih ili linijskih veza između ploča. To sve je sada stvar procene, ali kao neko srednje rešenje može se uzeti da je $\delta = \cos \theta$.

Sa ciljem da se dobiju približni rezultati, uputno je umesto svih mogućih uglova incidencije θ u difuznom zvučnom polju, uzeti 45° , što se često preporučuje. Na taj način δ može biti od $1/2$, preko $1/\sqrt{2}$, do 1.

Da bi se našla rezonanca ploča sa elastičnim vezama f_v , treba poznavati mehaničku elastičnost jedne opruge C_v (u s^2/kg). Obrazac je (vidi i (2)):

$$f_v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n''}{m_{seq} C_v}} \text{ Hz} \quad (5)$$

gde je n'' broj opruga po jedinici površine (u $1/m^2$). Treba odmah reći da obr. (5) nije sasvim tačan. Tačno je da impedanca elementa 1 za silu koju stvara zvučno polje iznosi $j\omega m_{s1}$. Na drugoj strani opruge, međutim, impedanca nije $j\omega m_{s2}$, nego impedanca za fleksione talase pobuđene u elementa 2. Ta impedanca je uz to različita za tačkastu i linijsku pobudu. U nedostatku dubljeg poznavanja ovog mehanizma dejstva, koristiće se $j m_{seq}$.

Ukoliko je elastična veza linijskog tipa, mora se naći (izmeriti) krutost linijskih veza po jednom metru dužine $(1/C_v)'$ u $kg/(s^2m)$. Formula sada glasi:

$$f_v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{l'}{m_{seq} \left(\frac{1}{C_v}\right)}} \text{ Hz} \quad (6)$$

gde je $l' = l/S$ (u $1/m$), a l je dužina svih linijskih veza na ploči površine S .

Na rezonancu sistema konačno utiču i sopstvene rezonance elemenata 1 i 2 dvostruke pregrade koje zavise od toga gde su i kako pregradni elementi pričvršćeni za potkonstrukciju (ili za bočne pregrade). Sopstvena rezonanca svakog elementa posebno nalazi se po obrascu:

$$f_{xy} = \frac{29000}{f_c} \left(\frac{1}{l_x^2} + \frac{1}{l_y^2} \right) \quad (7)$$

gde su l_x i l_y horizontalne i vertikalne dimenzije ploče, onako kako je isečena i upotrebljena za pregradu, a f_c je njena frekvencija koincidencije. Ako ploče 1 i 2 dvostruke pregrade nisu jednake, uzima se za dvostruku pregradu jedinstvena frekvencija kao:

$$f_{xy} = \sqrt{f_{xy1}^2 + f_{xy2}^2} \quad (8)$$

Ako je jedan od elemenata 1 ili 2 sastavljen od dve ili više različitih (neslepljenih) ploča, u obrascu (7) upotrebljava se nova frekvencija koincidencije koja se nalazi kao:

$$f_c = 6,4 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{\sum m_{si}}{\sum E_i d_i^3}} \quad (9)$$

(Inače obr. (9) bez oznake Σ služi za nalaženje f_c svake homogene jednoslojne pregrade.)

Sada treba naći stvarnu rezonancu sistema f_{v0} koja će poslužiti za nalaženje povećanja izolacione moći iznad R_{min} , zasebno za svaki od puteva I i II. Nažalost, što se tiče rezonance, putevi I i II ne mogu se odvojiti. Poznato je već iz fundamentalne literature da se ni pri krutoj vezi ploča rezonanca f_r ne može odvojiti od rezonance elemenata 1 i 2 (f_{xy}). Opruge su, pored vazdušne komore, samo još jedna dodatna elastične veze između tih elemenata. Obrazac glasi (nažalost samo približno, zato što opruge i vazduh sa svojih drugih strane nisu

"oslonjeni" na iste mehaničke impedance):

$$f_{v0} = \sqrt{f_{xy}^2 + f_v^2 + f_r^2} \quad (10)$$

Najbolje je, ako je moguće, do f_{v0} doći merenjem. Iznad f_{v0} smatraće se da se putevi I i II razilaze.

Povećanje izolacione moći dvostruke pregrade na putu I izvedeno je već u literaturi (na pr. [8]), dato je iznad f_{v0} obrascem koji važi i za put II, i koji glasi:

$$\Delta R_I = \Delta R_{IIv} = 20 \lg \left[\left(\frac{f^2}{f_{v0}^2} - 1 \right) \right] \quad (11)$$

što praktično predstavlja porast izolacione moći za 12 dB po oktavi. Ono traje do različitih frekvencija za puteve I i II. Važnu ulogu igra frekvencija na kojoj se javlja prva polutalaska rezonanca na vodu koji predstavlja elastična veza. Za $\theta = 0$ to nastupa kad je $b = \lambda_m/2$, gde je λ_m talasna dužina u elastičnoj vezi. Na toj frekvenciji se impedanca ploče 2 preslikava na ploču 1 kao da su u direktnom dodiru, a izolaciona moć pada na R_{min} . Ta frekvencija kod svakog elastičnog materijala (indeks m), pa i opruge, iznosi [8]:

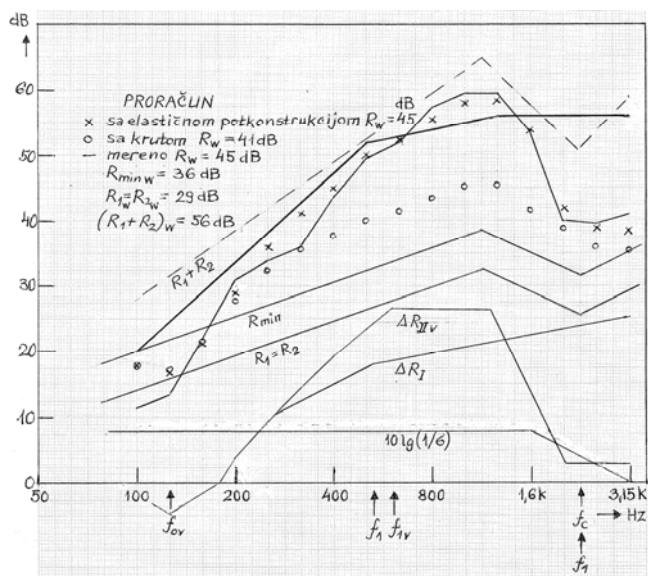
$$f_1 = \frac{c_m}{2b_m} = \pi f_v \sqrt{\frac{m_{seq}}{m_{ms}}} \quad (12)$$

Tok karakteristike oko f_1 i dalje zavisi od faktora gubitaka u elastičnom materijalu (opruzi).

Priča o oprugama [8] je sledeća. Obr. (12) nije tačan, nego samo orijentacioni, jer se ne radi o longitudinalnim vibracijama u materijalu. U adekvatnom obrascu bi se javili drugi koeficijenti, ali bi masa elastičnog materijala ostala na istom mestu jer ona uvek tako utiče na brzinu prostiranja svih tipova talasa. Impedanca na višim frekvencijama prestaje da bude zavisna od mase m_2 , nego postaje otpornost, a opruga se pretvara u vod. Osim toga i opruga na višim frekvencijama gubi elastičnost i ostaje samo otpornost zavisna od faktora gubitaka. U krajnjoj liniji prvi član izraza (2) posle porasta i izvesnog zastoja počinje čak da opada, i to naglo, i na kraju prelazi u konstantu. Koliko ona iznosi i na kojoj frekvenciji će to biti, zatim koliko to zavisi od toga da li su elastične veze tačkaste ili linijske, ostaje kao skoro nerazrešivo pitanje. Na osnovu proveravanja na (tuđim) rezultatima merenja usvojeno je da frekvencija f_1 i ovde može da posluži za nalaženje frekvencijskog toka poboljšanja izolacione moći koje donosi prvi član izraza (2). Obr.(11) važi otprilike upravo do f_1 , nađene po obrascu (12). Dalje se pokazalo da je dosta gruba ali upotrebljiva aproksimacija ako se uzme da od frekvencije f_1 dostignuto poboljšanje ΔR_{IIv} ostaje još jednu oktavu nepromenjeno, a onda počinje naglo da opada, 30 dB/okt, i zaustavlja se na vrednosti kad se približi nuli na nekoliko decibela. Naime, deo energije upadnog talasa svakako se gubi na zagrevanju opruge i zato neko poboljšanje u odnosu na R_{min} mora preostati. Koliko je ono, teško je reći, ali može se usvojiti 3 do 4 dB, vidi sl. 2. Usvajanje ove vrednosti je kritična stavka proračuna jer taj domen frekvencije je često odlučujući za merodavnu izolacionu moć R_{dw} .

Treba još dodati da se kod lakih pregrada ne uzima da su poboljšanja na putu I i II (ΔR_I i ΔR_{IIv}) ispod frekvencije f_{v0} ravna nuli, nego da imaju izvesnu negativnu vrednost

koja zavisi od njihovih faktora gubitaka η . Možda može zadovoljiti rešenje da se na samoj f_{v0} poboljšanje spusti na $\Delta R = -21g(1/\eta)$ (vidi sl. 2) i vrati na nulu na pola oktave iznad i ispod f_{v0} . Oba poboljšanja, ΔR_I i ΔR_{IV} (iz (2)), "saberu" se po obr. (3) i dodaju na R_{min} .



Slika 2.

Očigledno je da bi se kod nesimetričnih pregrada dobile različite vrednosti za R_d računajući u dva suprotna smeru. Tada se uzima njihova srednja vrednost u decibelima.

IV. PRIMER PRORAČUNA

Kao primer uzeta je jedna dvostruka pregrada iz lit. [9] uz koju je bilo dato najviše podataka, a posebno jedan koji se inače nigde ne navodi, a to je m_{ms} za obrazac (12). Pregradni elementi 1 i 2 su identični, od neke gipsane materije dosta male gustine, jer je debljina ploča (vidi sliku 1) $d = 16$ mm, a $m_{s1} = m_{s2} = 11$ kg/m². Dalje je dubina međuprostora $b = 90$ mm razmak između linijskih opruga $d_0 = 619$ mm, dužina linijske opruge po m² je $l' = 1,64$ m i $m_{ms} = 0,82$ kg/m² i to su svi raspoloživi podaci. Uzeto je iz priručnika da je za gipsane materije faktor gubitaka $\eta = 0,45 \cdot 10^{-2}$, što je potreban podatak da se nađu krive izolacione moći jedne ploče $R_1 = R_2$ i R_{min} na slici 2. Na njoj je punom linijom koja spaja terce prikazana izmerena kriva izolacione moći dvostruke pregrade i iz nje je ocenjeno da frekvencija ko incidencije ploča (f_c) iznosi 2250 Hz i da je rezonanca na $f_{v0} = 125$ Hz (sve zaokružljeno). Izračunati su: frekvencija $f_r = 99,5$ Hz po obrascu (4), stepen zračenja $\sigma_2 = 2l' \lambda_{c2} / \pi = 0,157$ i frekvencija $f_{xy} = 5,3$ Hz po obrascu (7), pri čemu je pretpostavljeno da su $l_x = 2$ m i $l_y = 2,5$ m. Frekvencija

rezonance opruge se morala odabrati tako da se iz obrasca (10) dobije ocenjeno $f_{v0} = 125$ Hz i izračunato je $f_r = 99,5$ Hz. Po obrascu (12) izlazi $f_1 = 611$ Hz. Prema lit. [1] i [2] konstruisana je kriva ΔR_I , a po ovde objašnjenom postupku kriva ΔR_{IV} . Zvezdicama su na slici 2 prikazane po tercama nađene konačne vrednosti izolacione moći dvostruke pregrade (R_d). Takođe su date i merodavne izolacione moći za tu i za sve ostale krive.

V. ZAKLJUČAK

Iz teksta se vidi da je čisto teorijski pristup ovom problemu vrlo težak, skoro bi se reklo nemoguć. Nađen je, ako ne egzaktan, a ono logičan postupak da se dođe do izolacione moći dvostruke pregrade sa elastično povezanim pločama, koji je na primerima, nažalost sa nekim prilagođenim polaznim podacima u nedostatku tačnih, dao upotrebljive rezultate. Ipak značaj izloženog postupka je možda i više u tome što se iz njega jasno vidi kakav je uticaj pojedinih elemenata konstrukcije, a to je važno za eksperimentalna istraživanja.

REFERENCE

- [1] H. Kurtović: "Priručnik za proračun zvučne izolacije", izdanje Lab. za elektroakustiku ETF, Beograd, 1994.
- [2] H. Kurtović, D. Šumarac-Pavlović: "Teškoće pri proračunu izolacione moći lakih pregrada", XLIV ETRAN, 2000.
- [3] H. Kurtović: "Proračun izolacione moći lake dvostruke pregrade", XLVII ETRAN 2003.
- [4] H. Kurtović: "Uticaj ispune od poroznog materijala na izolacionu moć lakih dvostrukih pregrada", LII ETRAN, 2008.
- [5] H. Kurtović: "Osnovi tehničke akustike", Naučna knjiga, Beograd, 1990.
- [6] W. Fasold, E. Sonntag: "Bauakustik", Verlagsgesellschaft Rudolf Mueller, Koeln, 1971.
- [7] L. Cremer: "Vorlesungen ueber Technische Akustik", Springer-Verlag, Berlin, 1975.
- [8] M. Heckl, H.A. Mueller: "Taschenbuch der Technischen Akustik", Springer-Verlag, Berlin, 1975.
- [9] National Research Council Canada: "Gypsum board walls: transmission loss data", 1998.
- [10] H. Kurtović: "Prikaz nacrtu nove evropske norme za proračunavanje terenske zvučne izolovanosti", LI ETRAN, 2007.

Abstract - Given the fact that for such an evaluation a general method or a special one has not been found in the available literature, an endeavour has been made to find an original method, presented in this paper. The method is based partly on theoretical analysis and partly on some logical practical rules to obtain acceptable results. An example of application is presented in this paper, accepting several suppositions, because all the necessary data have never been found in any measurement results from other authors. Anyhow the presented method gives a good and helpful insight in the influence of different elements of such a partition on its transmission loss.

THE EVALUATION OF THE TRANSMISSION LOSS OF LIGHT WEIGHT DOUBLE WALLS WITH ELASTIC STEEL STUDS