Modifikacija ICI algoritma za IF estimaciju pomoću težinskog median filtra

Semir Tuzović, Igor Đurović

Sadržaj - **U ovom radu prikazan je metod estimacije trenutne frekvencije signala koji brzo mijenjaju spektralni sadržaj na osnovu modifikovanog ICI algoritma. Određivanjem pozicije maksimuma vremensko-frekvencijske distribucije može se obaviti estimacija trenutne frekvencije. Kada je SNR odnos mali, dobra estimacija postiže se primjenom ICI algoritma sa median filtrom i težinskim median filtrom. U radu je prikazan metod estimacije trenutne frekvencije primjenom težinskog i običnog median filtra sa ICI algoritmom kao jedan od načina poboljšanja estimacije u odnosu na slučaj kada se estimacija vrši primjenom samo običnog median filtra. Na kraju su prikazani dobijeni rezultati u Matlabu za 50 iteracija na primjeru IF-a oblika $|t|$ za različite vrijednosti varijanse šuma.**

Ključne riječi – **ICI algoritam, trenutna frekvencija, vremensko-frekvencijska distribucija.**

I. UVOD

VREMENSKO-frekvencijske (TF) distribucije često se koriste za estimaciju trenutne frekvencije (IF) kod signala koji brzo mijenjaju spektralni sadržaj tokom vremena, a IF (Instantaneous Frequency) se na osnovu TF (Time-Frequency) distribucija najčešće procjenjuje kao pozicija maksimuma TF transformacije u posmatranom trenutku [1]-[3].

Pored brojnih metoda za estimaciju IF-a , dobar metod za estimaciju IF-a kada je SNR odnos mali jeste kombinacija ICI (Intersection of Confidence Intervals) algoritma i TF distribucije. Primjena osnovnog ICI algoritma i TF distribucija za estimaciju IF-a daje dobre rezultate kada je SNR oko 10 dB. Srednja kvadratna greška estimacije IF-a može se minimizovati upotrebnom optimalne širine prozora kod TF distribucije.

Kada je IF nelinearna funkcija vremena pokazuje se da adaptivna širina prozora u odnosu na fiksnu daje značajno bolje rezultate. Kada je SNR odnos značajno manji, oko -2dB, osnovni ICI algoritam u kombinaciji sa određenom TF distribucijom ne može se primijeniti za IF estimaciju, jer su zbog uticaja šuma maksimumi TF distibucije dislocirani van auto-člana. Moguće su i greške estimacije usled biasa, diskretizacije po frekvenciji i postojanja kros članova. Estimacija IF-a u uslovima visokog šuma prikazana je u [4]. Zbog estimacije vjerovatnoće greške koja nastaje zbog uticaja šuma i primjene median filtra ovaj algoritam kompleksniji je od osnovnog algoritma na osnovu ICI pravila [3]. Njegovom primjenom postiže se dobra preciznost estimacije IF-a u uslovima visokog šuma za različite vrste signala.

Semir Tuzovic, M:tel Podgorica, Kralja Nikole 27a, 81000 Podgorica, (email:semir.tuzovic@mtel-cg.com)
Igor Đurović, Elektrotehnički fakultet u Podgorici, Cetinjski put bb, 81000 Podgorica, (email:igordj@cg.ac.yu)

Još jedan metod estimacije IF-a, kada je SNR odnos mali, a modifikacija je metode za procjenu IF-a na osnovu primjene ICI algoritma i TF distribucije primjenom običnog median filtra prikazan je u [5]. U ovom radu prikazan je modifikovani ICI metod za estimaciju, kada se koristi obični i težinski median filtar, a njihovom kombinacijom dobija se bolji rezultat u smislu srednje apsolutne greške. Rad je organizovan na sledeći način.

U drugom poglavlju dat je kratak opis estimacije IF-a na osnovu Wigner-ove distribucije (WD) i ICI algoritma. U trećem poglavlju prikazan je modifikovani metod estimacije iz drugog poglavlja. U četvrtom poglavlju prikazani su primjeri i dobijeni rezultati. Peto poglavlje sadrži zaključna razmatranja.

II. ESTIMACIJA IF-A NA OSNOVU WIGNER-OVE DISTRIBUCIJE I ICI ALGORITMA

Posmatrajmo signal u prisustvu šuma:

$$\begin{aligned} x(n\Delta t) &= s(n\Delta t) + \varepsilon(n\Delta t), \\ s(t) &= a\exp(j\phi(t)), \end{aligned} \tag{1}$$

gdje je $s(n\Delta t)$ signal i $\varepsilon(n\Delta t)$ je bijeli kompleksni Gausov šum, sa međusobno nezavisnim realnim i imaginarnim djelovima varijanse $\sigma_{\varepsilon}^2/2$. Period odabiranja označen je sa Δt, a n je cio broj. Razmatrajući problem IF-a koje se definiše kao $f_i(t) = \phi'(t)/2\pi$, estimacija IF-a bazira se na poziciji maksimuma TF distribucije $\rho_x(t,f)$, gdje je $\rho_x(t,f) = WD(t,f)$,

$$\hat{f}(t) = \arg\left\{\max_f \rho_x(t,f)\right\}. \tag{2}$$

Diskretna WD definiše se kao [2]:

$$W_h(f,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_h(nT)x(t+nT)x^*(t-nT)e^{-j4\pi fnT} \tag{3}$$

gdje je $w_h(nT) = T/h \cdot w(nT/h)$ i važi da je $w(t) = w(-t)$, $w(t) = 0$, za $|t| > 1/2$. Neka je $\Delta\hat{f}(t) = f_i(t) - \hat{f}(t)$ greška estimacije. Srednja kvadratna greška (MSE), $E\left\{(\Delta\hat{f}(t))^2\right\}$, koristi se za ocjenu preciznosti u trenutku *t*. Srednja kvadratna greška se za najčešće upotrebljivane TF distribucije (WD) može izraziti u sledećem obliku [6]:

$$E\left\{(\Delta\hat{f}(t))^2\right\} = \frac{V}{h^m} + B(t)h^n \tag{4}$$

gdje je sa h označena širina prozora $w_h(t)$, tako da je $w_h(t)=0$ za $|t|>h/2$. Veza između h i broja odbiraka N je $h=N\Delta t$. Varijansa i bias za dato h su:

$$\sigma_\varepsilon^2 = V/h^m\,,\ bias(t,h)=\sqrt{B(t)h^n} \tag{5}$$

$B(t)$ je funkcija izvoda IF-a, a $m=3$ i $n=4$ za WD. Srednja kvadratna greška ima minimum u zavisnosti od h. Ovaj minimum dobija se za:

$$h_{opt}(t)=[mV/(nB(t))]^{1/(m+n)}\,. \tag{6}$$

Može se uočiti da relacija (6) nije korisna u praksi, jer sadrži $B(t)$ koje zavisi od izvoda IF-a koja nije poznata. Estimacija IF-a na osnovu WD-a i originalnog ICI algoritma može se primijeniti samo pod pretpostavkom da varijansa šuma nije toliko velika, tj. da maksimumi WD-a nisu dislocirani van auto člana. Estimacija se vrši po sledećim koracima:

1) Računa se WD za svako $h_s \in H$, gdje je $H=\{h_s \mid h_s = 2h_{s-1}\ s=1,2,...,J\}$ niz diadičnih prozora [3] te dobijamo skup distribucija za fiksni vremenski trenutak *t,* a IF se estimira prema (2).

2) Odrede se gornja i donja granica intervala povjerenja, pri čemu je

$$\sigma(h_s)=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2|a^2|}\left(1+\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2|a^2|}\right)\frac{ET}{h^3F^2}} \tag{7}$$

gdje je $\sigma(h_s)$ standardna devijacija estimacije IF-a, E i F su koeficijenti za varijansu i bias estimacije za različite tipove prozora [4].

3) Optimalna širina prozora h_{s^+} određuje se kao najveće s $(s=1,2,3.....J)$, za koje važi odnosno za koje je još uvijek ispunjen uslov da je:

$$|\hat f_{h_{s-1}}(t)-\hat f_{h_s}(t)| \le (k+\Delta k)[\sigma(h_{s-1})+\sigma(h_s)] \tag{8}$$

gdje su k i Δk koeficijenti koji utiču na to da nejednakost (8) važi sa određenim stepenom vjerovatnoće [2], [4].

4) Računa se WD za optimalnu širinu prozora. Koraci od 1 do 4 se ponavljaju za svaki vremenski trenutak t. Ovaj način estimacije daje dobre rezultate kada je $20\log(A/\sigma_\varepsilon)=10$ dB.

III. MODIFIKOVANI ICI ALGORITAM

Maksimumi WD-a za mali SNR odnos mogu biti dislocirani van auto-člana [6]. Pretpostavke pod kojima je izveden originalni ICI algoritma tada ne važe, pa otuda i motivacija za uvodjenje modifikovanog ICI algoritma. Modifikovani ICI algoritam prikazan u radu polazi od toga da signal prije svega treba filtrirati Wiener-ovim filtrom čime se značajno smanjuje uticaj šuma. Značajna odstupanja IF-a od njene stvarne vrijednosti eliminišu se upotrebom težinskog median filtra i dodatnog podešavanja pomoću maksimalne razlike dvije sujedne vrijednosti IF-a, što je objašnjeno u koracima 4 i 5 modifikovanog algoritma. Za dati skup realnih težinskih koeficijenata $\langle W_1,W_2,...,W_N\rangle$ i niz $X=[X_1,X_2,...,X_N]^T$, izlaz iz težinskog median filtra se definiše kao:

$$\hat\beta = median(|W_1| \circ \mathrm{sgn}(W_1)X_1,...,|W_N|\ X_N), \tag{9}$$

gdje je $W_i \in R$ za $i=1,2,...,N$, a $\circ$ je operator replikacije [7] . Izlaz iz težinskog median filtra može se odrediti na sledeći način:

1) Računa se prag $T_0=1/2\sum_{i=1}^{N}|W_i|$.

2) Sortiraju se proizvodi $sign(W_i)X_i$.

3) Sumiraju se težinski koeficijenti, koji odgovaraju "signed" odbircima, počev od maksimalnog odbirka u nizu.

4) Izlaz iz težinskog median filtra koji smo u radu koristili, sa karakteristikama visokopropusnog filtra ili filtra propusnika opsega je prosječna vrijednost između onog odbirka čiji težinski koeficijent uzrokuje da suma postane $\geq T_0$ i sledećeg manjeg "signed" odbirka.

Da bi se mogao koristiti Wiener-ov filtar potrebno je estimirati varijansu šuma. Jedan od načina za dobru estimaciju varijanse šuma kao i amplitude diskretnog signala sa brojem odbiraka N kada faza signala nije poznata unaprijed je [8]:

$$\hat A^2 = \sqrt{\left|2\left(\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2\right)-\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^4\right|} \tag{10}$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = \left|\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2-\sqrt{\left|2\left(\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2\right)-\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^4\right|}\right|. \tag{11}$$

Nakon estimacije varijanse šuma signal se filtrira Wiener-ovim filtrom. Filtriranje signala Wiener-ovim filtrom obavlja se na sledeći način:

$$x_{filt}(t)=IFFT(H_{wien}(f)\cdot X(f)) \tag{12}$$

gdje je $X(f)$ Fourier-ova transformacija signala $x(t)$, a $H_{wien}(f)$ Fourier-ova transformacija prenosne funkcije Wiener-ovog filtra i *IFFT* inverzna Fourier-ova transformacija, pri čemu je

$$H_{wien}(f)=1-\frac{Na_1}{|X(f)|^2} \tag{13}$$

gdje je N broj odbiraka signala $x(t)$, a a_1 estimirana varijansa šuma iz (11). Na takav signal primjenjuje se osnovni ICI algoritam sa određenim modifikacijama:

1) Kod osnovnog ICI algoritma vrši se estimacija IF-a sa diadičnim širinama prozora. Kod modifikovanog ICI algoritma svaka estimirana IF sa diadičnim širinama prozora, filtrira se običnim median filtrom širine prozora 3 ili 5.
2) Nakon toga se primjeni pravilo o preklapanju intervala povjerenja, pa se estimirana IF filtrira težinskim median filtrom širine prozora 5, a težinski koeficijenti su jedinice, ili se blokovi IF-a širine 32 filtriraju težinskim median filtrom širine prozora 5.
3) Zbog velike varijanse šuma dešava se da pojedine vrijednosti IF-a imaju značajna odstupanja. Tu se polazi od pretpostvke da se dvije susjedne vrijednosti IF-a ne razlikuju mnogo i uvodi se određena maksimalna razlika dvije susjedne vrijednosti IF-a.
4) Posmatra se apsoltna razlika dvije uzastopne vrijednosti IF-a. Ako je:

$$\left|\hat{f}(t)-\hat{f}(t-1)\right| \geq \chi \tag{14}$$

gdje je χ maksimalna razlika dvije uzastopne vrijednosti IF-a odredi se koja je od dvije estimirane vrijednosti IF-a veća. Prije toga u trenutku *t, t*-1 odredi se vrijednost IF-a koja se najčešće ponavlja (F_1, F_2), na osnovu estimiranih IF-ova sa diadičnim širinama prozora. To se radi pomoću myriad filtra i parametra linearnosti *K*, jer myriad filtar teži modu za $K \to 0$.

5)
$$\textit{if}\ \max(\hat{f}(t),\hat{f}(t-1))=\hat{f}(t)\ \text{i}$$
$$|\hat{f}(t)-F_1|>|\hat{f}(t-1)-F_1|,\ \hat{f}(t)=F_1$$
$$\textit{if}\ \max(\hat{f}(t),\hat{f}(t-1))=\hat{f}(t)\ \text{i}$$
$$|\hat{f}(t)-F_1|\leq|\hat{f}(t-1)-F_1|,\ \hat{f}(t-1)=F_2$$
$$\textit{if}\ \max(\hat{f}(t),\hat{f}(t-1))=\hat{f}(t-1)\ \text{i}$$
$$|\hat{f}(t)-F_1|>|\hat{f}(t-1)-F_1|,\ \hat{f}(t)=F_1$$
$$\textit{if}\ \max(\hat{f}(t),\hat{f}(t-1))=\hat{f}(t-1)\ \text{i}$$
$$|\hat{f}(t)-F_1|\leq|\hat{f}(t-1)-F_1|,\ \hat{f}(t-1)=F_2$$

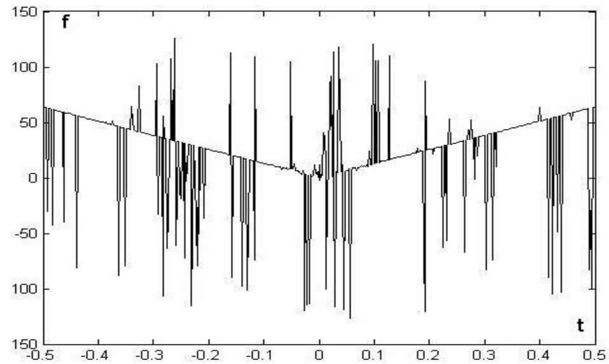
6) Na kraju se IF filtrira težinskim median filtrom širine prozora 5, a težinski koeficijenti su jedinice.

IV. Rezultati

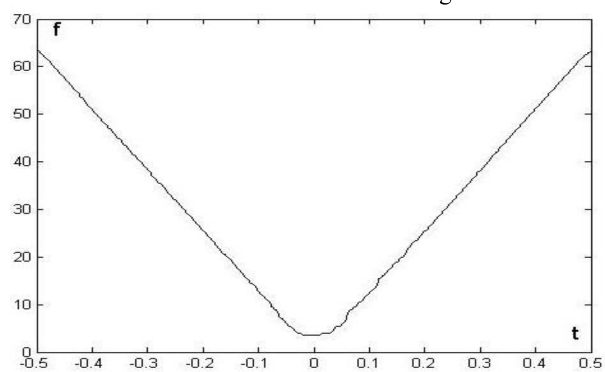
Rezultati dobijeni primjenom modifikovanog ICI algoritma dobijeni su za vrijednost $\chi = 2$, gdje je χ maksimalna razlika dvije susjedne vrijednosti IF-a. U ovom primjeru pretpostavljeno je da je signal oblika $y=\exp(bt\,|t|)$, $A=1$, a period odabiranja signala $T=1/512$. IF je oblika $\omega_1(t)=2b\,|t|$, a $b=128\pi$. Vršeno je 50 iteracija za vrijednosti varijanse šuma $\sigma_\varepsilon^2=[0.1,2]$ sa korakom 0.1. Vrijednosti fiksnih širina prozora su $N_s=2^k$ pri čemu je $k=2,3,...,9$. Estimirane IF sa modifikovanim i običnim ICI algoritmom za $\sigma_\varepsilon^2=1$ prikazane su na slikama 1, 2 i 3. Dobijeni rezultati sa srednjim apsolutnim greškama za vrijednosti varijanse šuma $\sigma_\varepsilon^2=[0.1,2]$ sa korakom 0.1 prikazani su u tabeli 1.

V. Zaključak

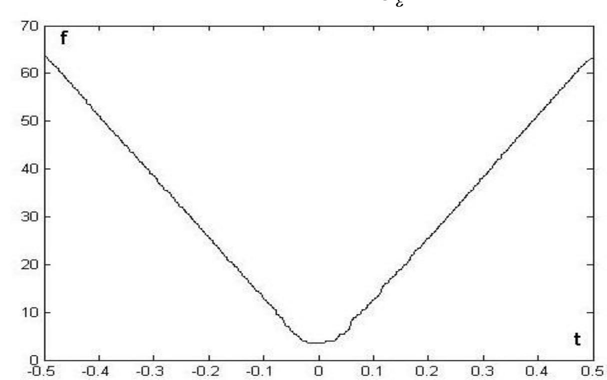
U radu je prikazan primjena modifikovanog ICI algoritma za IF estimaciju upotrebom median filtra i težinskog median filtra. Modifikovani algoritam daje dobre rezultate za varijanse šuma čija je vrijednost manja od 2. Rezultati algoritma zavise od međusobne razlike dvije uzastopne vrijednosti IF-a i pokazuje se da su rezultati bolji, ako je ta vrijednost manja. Značajan doprinos poboljšanju estimacije IF-a daje primjena Wiener-ovog filtra. Primjenom težinskog median filtra kada su težinski koeficijenti jedinice eliminišu se značajna odstupanja IF-a od njene stvarne vrijednosti i postiže poboljšanje u smislu srednje apsolutne greške u odnosu na situaciju kada se u koraku 2 modifikovanog algoritma koristi obični median filtar.



Sl.1.Estimirana IF sa običnim ICI algoritmom



Sl.2. Estimirana IF sa modifikovanim ICI algoritmom i median filtrom za $\sigma_\varepsilon^2=1$



Sl.3. Estimirana IF sa modifikovanim ICI algoritmom, median i težinskim median filtrom za $\sigma_\varepsilon^2=1$

TABELA1. SREDNJA APSULUTNA GREŠKA IF-A ZA FIKSNE ŠIRINE PROZORA, ICI ALGORITMOM, MODIFIKOVANIM ICI ALGORITMOM SA MEDIAN FILTROM, MODIFIKOVANIM ICI ALGORITMOM SA MEDIAN I TEŽINSKIM MEDIAN FILTROM

σ_ε^2	N_s=4	N_s=8	N_s=16	N_s=32	N_s=64	N_s=128	N_s=256	N_s=512	ICI	Mod. ICI sa med. filtrom	Mod. ICI sa težinskim i med.filtrom
0.1	6.290	2.216	0.801	0.326	0.229	0.584	1.402	3.539	0.277	0.297	0.227
0.2	9.060	3.198	1.125	0.441	0.264	0.616	1.598	3.951	0.463	0.300	0.242
0.3	11.543	4.114	1.442	0.540	0.296	0.577	1.677	4.558	0.792	0.317	0.274
0.4	13.762	5.104	1.742	0.629	0.324	0.621	1.831	4.938	1.636	0.306	0.274
0.5	16.238	6.176	2.055	0.724	0.357	0.648	1.935	5.314	3.023	0.303	0.268
0.6	18.247	7.643	2.536	0.800	0.371	0.653	1.951	5.796	4.399	0.298	0.272
0.7	20.312	9.737	3.090	0.912	0.408	0.654	1.982	5.686	6.263	0.325	0.294
0.8	23.120	12.108	4.323	1.224	0.425	0.708	2.146	6.145	8.294	0.365	0.317
0.9	24.627	14.051	5.217	1.447	0.456	0.720	2.218	6.348	11.066	0.382	0.353
1	26.919	16.535	7.241	2.162	0.576	0.835	2.360	6.882	12.899	0.421	0.384
1.1	28.743	18.865	8.451	2.798	0.629	0.788	2.297	6.733	15.276	0.408	0.376
1.2	30.407	21.201	10.712	3.505	0.816	0.838	2.407	7.289	17.590	0.437	0.406
1.3	33.655	25.454	14.717	6.004	1.441	1.039	2.637	7.705	20.713	0.565	0.526
1.4	34.181	26.728	15.516	6.481	1.619	1.197	2.981	8.481	22.651	0.633	0.591
1.5	35.815	28.417	17.499	8.547	2.330	1.457	3.033	8.165	24.432	0.706	0.654
1.6	36.713	29.374	19.090	9.579	2.726	1.546	3.123	8.405	26.840	0.743	0.690
1.7	38.741	32.329	21.789	11.413	3.909	1.961	3.567	8.954	28.255	0.842	0.765
1.8	40.011	34.066	23.788	13.716	5.142	2.312	3.881	8.841	30.056	1.223	1.131
1.9	41.067	35.713	25.850	15.499	6.805	3.053	4.424	9.832	31.155	1.432	1.324
2	41.843	36.606	27.596	17.770	8.067	3.526	4.637	10.331	32.545	1.308	1.212

LITERATURA

[1] B. Boashash, "Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal Part 1: Fundamentals", *Proc. of the IEEE,* vol. 80, no. 4, pp.519-538, April 1992.

[2] Lj. Stanković, V. Katkovnik, "Instantaneous frequency estimation using the Wigner distribution with varying and data-driven window length*", IEEE Trans. on Signal Processing,* vol.46, no.9, Sept. 1998.

[3] Lj. Stanković, V. Katkovnik, "Algorithm for the instantaneous frequency estimation using time-frequency distribution with adaptive window width", *IEEE Trans. on Signal Processing,* vol.5, no.9, Sept. 1998.

[4] I. Đurović, Lj. Stanković, "Modification of the ICI rule based IF estimator for high noise enviroments", *Time-frequency signal analysis, research monograph 1993-2003*, pp. 756-764.

[5] S.Tuzović, I.Đurović, "Modifikacija ICI algoritma za IF estimaciju za signale sa malim SNR odnosom", 52. Konferencija ETRAN, Palić, 2008.

[6] I. Djurović, Lj. Stanković, "An algorithm for the Wigner distributions based instantaneous frequency estimation in a high noise enviroments", *Time-frequency signal analysis, research monograph 1993-2003.*, pp.532-544

[7] G. Arce, "Nonlinear Signal Processing: A Statistical Approach", Electrical and Computer Engineering Department of the University of Delaware, Canada, pp 303-346, Apr. 2005.

[8] S. Chandra Sekhar, T.V. Creenivas, "Signal to noise ratio estimation using higher order moments", *Signal Processing* 86, 2006., pp 716-732.

[9] Lj. Stanković, "Adaptive instantaneous frequency estimation using TFDs", *Time-frequency signal analysis, research monograph 1993-2003.*, pp.793-798.

ABSTRACT

This paper presents a method for instantaneous frequency estimation of signal with fast variations of spectral content. Instantaneous frequency (IF) can be estimated as the position of maximum of time-frequency distributions in specific instant. Accurate IF estimation can be achieved with the algorithm which is based on intersection of confidence (ICI) intervals rule, when the SNR value is small by applying median filter and weighted median filter. In this paper we present one more method for IF estimation by applying weighted median filter with median filter wich gives the significant improvements of the IF estimate than in case when the IF estimation is done with simple median filter. At the end, an overview of results achieved in Matlab is exposed for the IF function $|t|$ for 50 iterations and with different noise variances.

MODIFICATION OF THE ICI ALGORITHM FOR THE IF ESTIMATION USING THE WEIGHTED MEDIAN FILTER

Semir Tuzović, Igor Đurović