

# Секвенцијална Метода за Детекцију Маневра Авиона

З. Радосављевић, ВТИ Београд, С. Станковић, Електротехнички Факултет у Београду

**Садржај** — Праћење циљева секвенцијалним *Monte Carlo* методама као што је *Particle Filter (PF)* представља ефикасан алат за естимацију нелинеарних система. С друге стране, секвенцијалне методе често се користе за у тестирању хипотеза или детекцији дисконтинуитета сигнала. У раду је предложена метода за детекцију маневра авиона, заснована на поменутих секвенцијалним техникама. За разлику од постојећих секвенцијалних техника за детекцију маневра, позната *SPRT (Sequential Probability Ratio Test)* метода је преуређена тако да су аргументи логаритамске функције веродостојности тежински коефицијенти функције густине вероватноће естиматора (*PF*). Резултати симулације су показали да је предложена метода ефикасна, посебно у односу на постојеће технике са вишеструким маневрима.

**Keywords** — *Particle* филтер, секвенцијалне *Monte Carlo* технике, детекција менавра, *SPRT*.

## I. УВОД

Детекција маневра је техника развијена уз методологију праћења циљева. У почетку су се заснивале на *chi*-квadratном тесту односа функције веродостојности (*GLR-Generalized Likelihood Ratio*) [1]. Касније, развијени су алгоритми за детекцију почетка маневра коришћењем статистичких тестирања засноване на секвенцијалним методама [2]. У почетку се процедура секвенцијалне детекције успешно користила у детекцији отказа али не и за детекцију маневра, док се *min-max* техника примењује у интегрисаним системима за навигацију и надгледање [3]. Рекурзивна примена секвенцијалне *Monte Carlo* методе засноване на статистичкој обради сигналасе користи у естимацији нелинеарних система и називају се *Particle filter (PF)* [4]. У последње време, ови естиматори успешно замењују естиматоре стања у реалном времену засноване на Калмановом филтру [5]. а *PF* су показали боље резултате код негаусовог шума.

У раду је предложена метода детекције маневра авиона употребом *PF*. Проблем припада области праћења циљева, где је вектор стања и мерења дефинисани позицијом и брзином циља. У неким применама *PF* се користе за праћење угла (*bearings-only tracking*), односно углавном за праћење неманевришућих циљева [6].

Алгоритам презентован у раду базира се на особини *PF* [7,8] да прати маневришући циљ користећи естимације позиције и брзине. Параметар за секвенцијално тестирање функције веродостојности је

угаона брзина циља. Интересантно је упоредити предложени алгоритам и естиматоре са вишеструким моделима (*IMM*) [1]. Перформансе развијеног модела треба анализирати *Monte Carlo (MC)* симулацијама у циљу неутралисања утицаја шума мерења на доношење одлуке о квалитету методе.

Рад је организован на следећи начин. После уводних разматрања, у Другом поглављу презентована је математичка формулација праћења маневришућег циља помоћу *PF*, чија је теоријска основа дата у Трећем поглављу. Четврто поглавље посвећено је опису секвенцијалних техника за тестирање хипотеза са освртом на *CUSUM (Cumulative Sum)* технике, као и предложене методе. На крају, у Петом поглављу дати су нумерички пример и резултати симулација

## II. ОПИС ПРОБЛЕМА

Праћење циља се своди на естимацију трајекторије (позиција и брзина) из пристиглих мерења, нападнутих гаусовским шумом. Мерења долазе од покретног сензора (платформе). Вектор стања је дат помоћу  $\mathbf{x}' = [x' \ y' \ \dot{x}' \ \dot{y}']^T$ , где су са  $(x, y)$  и  $(\dot{x}, \dot{y})$  дате компоненте позиције и убрзања, респективно. За покретну платформу, одговарајући вектор стања  $\mathbf{x}^o$  се дефинише посебно. Нека је релативни вектор стања дефинисан као  $\mathbf{x} = \mathbf{x}' - \mathbf{x}^o = [x \ y \ \dot{x} \ \dot{y}]^T$  и за њега су једначине стања дате у дискретним временским одбирцима. Динамичке једначине маневришућег циља се моделују за вишеструке режиме кретања (праволинијско, кретања са констатним убрзањем у маневру, итд...). Претпоставимо да се у свакој периди обсервирања, кретање циља може описати једним од два мода ( $s = 2$ ) динамичка модела:

(a) *CV (Constant Velocity)* модел кретања кретања са константном брзином и

(b) *CT (Coordinate Turn)* модел кретања са константном угаоном брзином. Нека ознака  $S \in \{1,2\}$  представља скуп од два модела кретања и нека је  $r(k)$  променљива која означава активан режим у временском интервалу  $[k-1, k]$ , а  $k$  је индекс који означава временски интервал. Динамичка једначина кретања се циља може написати као:

$$\mathbf{x}(k+1) = f^{r(k+1)}[\mathbf{x}(k), \mathbf{x}^o(k), \mathbf{x}^o(k+1)] + Gv(k) \quad (1)$$

где је  $f$ :  $G$ -матрица шума мерења,  $T$ -периода одабирања и  $v(k)$  вектор шума процеса са  $v(k) \in N(0, Q)$ . Коваријациона матрица шума процеса је  $Q = \sigma^2 \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{I}$   $2 \times 2$  јединична матрица и  $\sigma^2$  параметар шума процеса,

$G_{vk}$  одговарајући модел белог шума за константно убрзање [10]. Преносна функција зависи од мода кретања  $f[r(k+1)]$  и дата је помоћу израза:

$$f^{r(k+1)}[\mathbf{x}(k), \mathbf{x}^o(k), \mathbf{x}^o(k+1)] = \mathbf{F}^{r(k+1)}[\mathbf{x}(k)] * [\mathbf{x}(k) + \mathbf{x}^o(k)] - \mathbf{x}^o(k+1) \quad (2)$$

Овде је  $\mathbf{F}^{r(k+1)}$  преносна матрица одговарајућег мода кретања  $r(k+1)$ , који се у конкретном случају може дати као  $\mathbf{F}_k^{(1)}$  за  $CV$  модел и  $\mathbf{F}_k^{(2)}$  за одговарајући  $CT$  модел а дат је помоћу стандардних  $CV$  и  $CT$  преносних (транзиционих) матрица, респективно:

$$\mathbf{F}_k^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_k^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & \sin w_k T / w_k & 0 & \frac{\cos w_k T - 1}{w_k} \\ 0 & \cos w_k T & 0 & -\sin w_k T \\ 0 & \frac{1 - \cos w_k T}{w_k} & 1 & \frac{\sin w_k T}{w_k} \\ 0 & \sin w_k T & 0 & \cos w_k T \end{bmatrix} \quad (3)$$

где је одговарајуће угаоно убрзање дато као :

$$w_k = \frac{a_m}{\sqrt{[\dot{x}(k) + \dot{x}^o(k)]^2 + [\dot{y}(k) + \dot{y}^o(k)]^2}}. \quad \text{Овде је } a_m > 0$$

типично убрзање у маневру. Приметимо да је ниво маневра представљен као нелинеарна функција брзине циља и да модел 2 има нелинеарну преносну функцију. Мерење пристигло у временском одбирку  $k$  је угао између циља у платформе сензора (обсервера), у односу на  $u$ -осу и дата је помоћу израза:

$$\mathbf{z}(k) = h\mathbf{x}(k) + w(k) \quad (4)$$

где је  $w(k)$  независан Гаусов шум нулте средње вредности и варијансе  $\sigma_w^2$  а  $h[\mathbf{x}(k)] = \arctan[\frac{x(k)}{y(k)}]$  је

стварни угао. Променљиве стања од интереса за естимацију чине хибридни вектор стања дат као:

$$\mathbf{y}(k) = [\mathbf{x}^T(k), r(k)]^T. \quad (5)$$

Хибридна естимација за скуп мерења  $\mathbf{Z}^k = \{\mathbf{z}(1), \dots, \mathbf{z}(k)\}$  пристиглих до временског интервала  $k$  састоји се од израчунавања естимација кинематичких стања  $\mathbf{x}^{(k|k)}$  и условне вероватноће  $P\{r(k) = j | \mathbf{Z}^k\}$ , за свако  $j \in S$ .

### III. PARTICLE ФИЛТЕР

Нека је систем описан *state-space* моделом. Апостериорна расподела вектора стања за наредну обсервацију дата је као [5]:

$$p[x(k+1) | \mathbf{Z}^k] = \int p[x(k+1) | x(k)] p[x(k) | \mathbf{Z}^k] dx(k) \quad (6)$$

где је:

$$p[x(k) | \mathbf{Z}^k] = \frac{p[y(k) | x(k)] p[x(k) | \mathbf{Z}^{k-1}]}{p[z(k) | \mathbf{Z}^{k-1}]} \quad (7)$$

Даље, естимација стања дата је помоћу израза:

$$\hat{x}_{ms}(k) = \int x(k) p[x(k) | \mathbf{Z}^k] dx(k) \quad (8)$$

Нумеричка апроксимација *Particle* филтра може се дефинисати у следећих пет корака:

1. **Иницијализација:** Генеришу се  $x_i(0) \rightarrow p[x(0)]$   $i = 1, \dots, N$  одбирака (вектор стања или "део" (*particle*)).

2. **Ажурирање:** Ажурирају се тежине помоћу

функције веродостојности [10]:

$$w_i(k) = w_i(k-1) p[z(k) | x_i(k)] \quad (9)$$

$$= w_i(k-1) p_{e_k} \{z(k) - h[x_i(k)]\}, \quad i = 1, \dots, N$$

а затим се нормализују на  $w_i(k) \approx w_i(k) / \sum_i w_i(k)$

односно естимација стања је  $\hat{x}(k) \approx \sum_{i=1}^N w_i(k) x_i(k)$ .

3. **Поновно одабирање (Sampling Importance Resampling-SIR):** Узмимо  $N$  одбирака из скупа  $\{x_i(k)\}_{i=1}^N$  где је вероватноћа узимања одбирка  $i$  дата тежином  $w_i(k) = 1/N$ , тако да је испуњен услов да је број одабраних узорака мањи од прага  $N_{th}$  [10]:

$$N_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N [w_i(k)]^2} < N_{th} \quad (10)$$

где је  $1 < N_{eff} < N$ .

4. **Предикција:** Узмимо  $f_i(k) \rightarrow p_{f(k)}$  и симулирајмо:

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{f}\mathbf{x}_i(k) + G_u u(k), \quad i = 1, \dots, N \quad (11)$$

5. **Поновно одабирање:** Поновља се поступак од корака 2. са  $k := k+1$  због превенција концентрације вероватноће у малом броју "делића".

### IV. ДЕТЕКЦИЈА МАНЕВРА МЕТОДОМ СЕКВЕНЦИЈАЛНОГ ТЕСТИРАЊА ВЕРОДОСТОЈНОСТИ

#### A) Секвенцијално тестирање хипотеза

У основи детекције маневра је налажење тренутка почетка маневра. Нека је интервал тестирања  $M$  а параметар  $u(k)=0$  када циљ не маневрише у тренутку  $k$  и  $u(k) \neq 0$  када циљ маневрише. Ако циљ почиње маневар у непознатом тренутку  $n \leq k$ , тада је  $\langle u_k \rangle = \{\dots, 0, \dots, 0, u_n, u_{n+1}, \dots, u_k\}$ . Претпоставимо да су  $t_1$  and  $t_2$  прагови маневра, У делу тестирања хипотеза користи се секвенцијално тестирање односа функција вероватноћа *SPRT*. Нека је хипотеза -  $H_0$  "маневар се није догодио" и хипотеза -  $H_1$  "маневар се догодио". Сада је

$$L^k = \log \frac{f(z^k | H_1)}{f(z^k | H_0)} = \sum_{i=1}^k \log \frac{f(z_i | H_1, z^{i-1})}{f(z_i | H_0, z^{i-1})} \quad (12)$$

логаритамски однос функције веродостојности две хипотезе  $H_1$  и  $H_0$  заснован на мерењима пристиглим до временског одбирка  $k$ . Овде је  $f(z_i | H_1)$  и  $f(z_i | H_0, z^{i-1})$

здружена и маргинална функција веродостојности хипотеза, респективно. Тада су *SPRT* једначине одлуке:

$$\text{Прихвати } H_1 \text{ ако је } L^k \geq \log t_1$$

$$\text{Прихвати } H_0 \text{ ако је } L^k \leq \log t_2$$

Описани алгоритам не може се применити директно. Зато се уводи неколико модификација које омогућавају поменуто тестирање хипотеза. Пре свега, технике *SPRT* полазе од претпоставке да су мерења независна. У општем случају мерења су корелисана, па се поменути тест односи на секвенцу  $\langle I_i \rangle$  за коју је однос

веродостојности независан. Овде је  $l_i = \frac{f(\hat{z}_i|H_1, z^{i-1})}{f(\hat{z}_i|H_0, z^{i-1})}$

Ова апроксимација важи за случај да је секвенца резидуала мерења приближно Гаусовски расподелена и слабо корелисана. Тако се резидуали мерења користи за израчунавање функције веродостојности. Сада се *SPRT* алгоритам користи за доношење одлуку коју хипотезу да прихвати у одређеном случају. Ако се прихвати једна хипотеза ( $H_0$  или  $H_1$ ) тест се завршава. Међутим то није циљ детекције почетка маневра. Ми у ствари желимо да знамо тренутак "догађаја"  $H_1$ . Зато тестирање треба наставити у следећем циклусу, ако се догодио  $H_0$ . У противном алгоритам се рестартује.

За детекцију промена, најчешће се користи стандардни *CUSUM* (*Cumulative Sum*) алгоритам [2]. Он гарантује брзу и тачну одлуку за случај међусобно искључивих хипотеза. Спроведени тест може се тумачити као "поновљени" *SPRT* са  $\log t_1=0$  и  $\log t_2=\lambda$ , који зависи од вероватноће грешке. Идеја је рестартовање *SPRT* алгоритма, увек кад је хипотеза  $H_0$  прихваћена. *CUSUM* алгоритам се може написати у рекурзивној форми као:

$$L^k = \max \left\{ L^{k-1} + \log \frac{f(z_i|H_1, z^{i-1})}{f(z_i|H_0, z^{i-1})}, 0 \right\}, L^0 = 0 \quad (13)$$

Излаз рекурзије су два могућа случаја :

1) Прихвата се  $H_1$  (наступио је маневар) ако је  $L^k \geq \lambda$ . Тада је зауставно време  $\hat{n} = \min\{k : L^k > \lambda\}$  време детекције маневра .

2) Наставља се тестирање ако је  $L^k < \lambda$ .  
Технике *SPRT* су оптималне само за тестирање хипотеза, у које не припада детекција маневра, највише из разлога што је улаз  $u$  обично непознат. Ово се своди на чињеницу да је и функција веродостојности у тестирању, статистички непозната. За решавање овог проблема користи се генерализовани однос веродостојности (*GLR-Generalized Likelihood Ratio*), у коме се непознато  $u$  замењује са максималном естимацијом веродостојности  $\hat{u}$ , као у једначини:

$$f[\hat{z}(k)|H_1, z^{k-1}] = E\{f[\hat{z}(k)|H_1(u), z^{k-1}]\} \quad (14)$$

$$= \int f[\hat{z}(k)|H_1(u), z^{k-1}]f(u)du$$

где је  $f(u)$  априорна функција густине вероватноће (*PDF*) од  $u$ .

#### Б) Опис предложене методе

За разлику од постојећих секвенцијалних техника за детекцију маневра, позната *SPRT* метода је додатно преуређена. Наиме, као аргументи логаритамске функције веродостојности узимају се тежински коефицијенти функције густине вероватноће естиматора, за који је одабран *PF*, првенствено из разлога особине секвенцијалности. Ако је постериорна *PDF* за *PF* дата помоћу израза:

$$f[x(k)|Z^k] \approx \prod_{j=1}^k w_j(k) \delta[x(k) - \hat{x}(k)] \quad (15)$$

тада је функција веродостојности која дефинише

маневар циља, добијена комбиновањем израза (13) и (15) дата помоћу израза:

$$L^k = \max \left\{ L^{k-1} + \log \frac{\sum_{j=1}^N w_j(k) \delta[x(k-n+1) - \hat{x}(k)]}{\sum_{j=1}^N w_j(k) \delta[x(k-M+1) - \hat{x}(k)]}, 0 \right\}, L^0 = 0 \quad (16)$$

где је  $M$ -период обсервирања а време почетка маневра  $\hat{n}$  се добија увек када важи  $\hat{n} \rightarrow L^{\hat{n}} > \lambda$ .

#### V. РЕЗУЛТАТИ СИМУЛАЦИЈА

Перформансе предложеног алгоритма тестиране су на бази 100 Монте Карло симулација а одабрани су метрички параметри (i) средња квадратна грешка мерења RMS и (ii) пријемна радна карактеристика (*ROC- Receiver Operating Characteristic*). У теорији обраде сигнала, радна карактеристика пријемника је графичка презентација осетљивости за бинарни класификатор, за различите вредности прага одлуке. Она може такође да представља зависност процента тачне одлуке у односу на проценат погрешне одлуке при избору између две хипотезе.

*ROC* карактеристика представља алат за избор оптималних модела и природан пут у анализи односа *цена/корист* или у доношењу одлуке при дијагностици. На пример, ако треба да одредимо исход (постериорну вероватноћу) бинарног класификатора („0“ и „1“), могући исходи су такође „0“ и „1“, а могућу су четири дигађаја. То су:

- предвиђен „1“ и догодио се „1“ (*true positive* - TP),
- предвиђен „1“ и догодио се „0“ (*false positive* - FP),
- предвиђен „0“ и догодио се „0“ (*true negative* - TN),
- предвиђен „0“ и догодио се „1“ (*false negative* - FN).

Сада се могу израчунати проценти тачне и погрешне одлуке респективно, помоћу следећих израза.

$$TPR = TP / P = TP / (TP + FN)$$

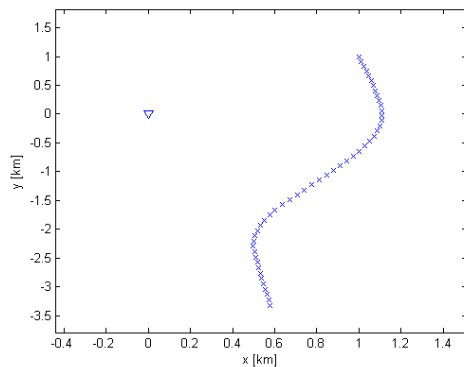
$$FPR = FP / N = FP / (FP + TN)$$

Нека је  $MC$  укупан број Монте Карло пролаза. Тада је средња квадратна грешка брзине дата помоћу израза:

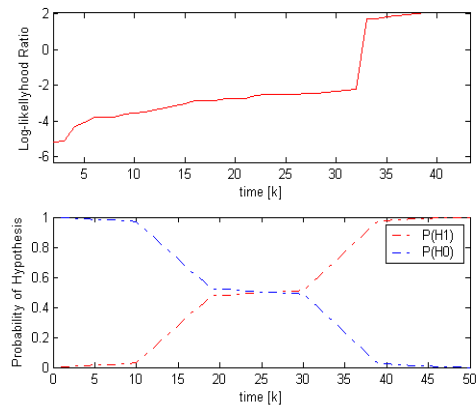
$$RMSE(k) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \{[\hat{x}_i(k) - x_i(k)]^2 + [\hat{y}(k) - y_i(k)]^2\}} \quad (17)$$

Изабрана трајекорија циља дата је на Сл.1. Циљ се креће правонијски без убрзања од 1-10 и од 20-30 скена, а врши маневар од 11-20 и од 30-40 скена са констатним убрзањем током маневра. Периода одабирања је  $T=1.5$  sec. Параметар шума процеса је  $\sigma_a = 1.6 \times 10^{-6}$  km/s<sup>2</sup>. *PF* користи  $N = 1000$  "делића", а праг је  $N_{thr} = N/3$ . Сл.2. приказују а) лог-функцију веродостојности и вероватноћу хипотеза. На Сл.3 приказана је упоредна *ROC* крива за *PF* и *IMM*, која показује већу ефикасност предложене методе над методама са вишеструким моделима. На Сл.4 дат је упоредни дијаграм средње квадратне грешке брзине за поменуте естиматоре, која показује оштрији скок брзине у маневру за *PF* у односу на *IMM*. Показани

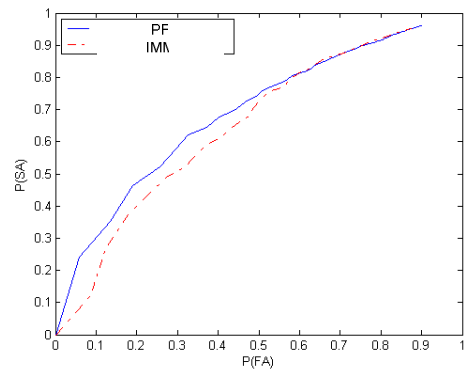
резултати потврђују оправданост примене секвенцијалних метода за детекције маневра.



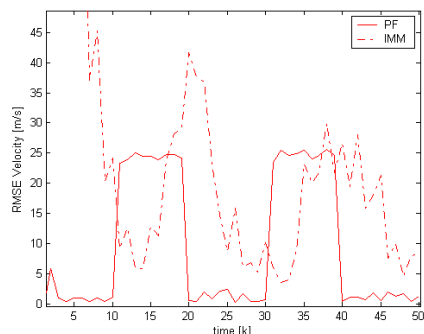
Слика 1. Трајекторија циља



Слика 2. а) лог-функција веродостојности и б) вероватноћа хипотеза



Слика 3. ROC карактеристика за PF и IMM



Слика 4. Средња квадратне грешка брзине  $\dot{x}$

## VI. ЗАКЉУЧАК

У раду је предложена метода за детекцију почетка маневра у процесу праћењу циља помоћу PF. Као параметар се користи естимација брзине циља. Одабран је алгоритам секвенцијалног тестирања функције веродостојности за процес детекције, при чему је стандарни алгоритам модификован тако што су аргументи лог-функције веродостојности тежински коефицијенти PF. Доњи праг постављен је на "0" а горњи праг зависи од вероватноће грешке. Симулациони резултати ROC карактеристике су показали оправданост примене методе. Специјално, предложена метода је тестирана у поређењу са вишеструким моделом IMM у односу на који је показао боље резултате детекције маневра. С обзиром да је претпостављена Гаусова расподела функције густине вероватноће појаве маневра, у аљим истраживањима било би занимљиво испитати предложени алгоритам за Поасонову расподелу густине вероватноће, јер је она погодна за тестирање

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] X. R. Li and V. P. Jilkov. *A Survey of Maneuvering Target [5] Tracking—Part IV: Decision-Based Methods*. In *Proc. 2002 SPIE Conf. on Signal and Data Processing of Small Targets*, vol. 4728, Orlando, Florida, USA, April 2002.
- [2] D. P. Malladi and J. L. Speyer. *A Generalized Shiryayev Sequential Probability Ratio Test for Change Detection and Isolation*. *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-44(8):1522–1534, 1999.
- [3] J.F. Ru, A. Bashi, and X. R. Li. *Performance Comparison of Target Maneuver Onset Detection Algorithms*. In *Proc. 2004 SPIE Conf. on Signal and Data Processing of Small Targets*, vol. 5428, 2004.
- [4] A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, editors. *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*. Springer Verlag, 2001.
- [5] Fredrik Gustafsson. *Adaptive filtering and change detection*. John Wiley & Sons, Ltd, 2000.
- [6] Ristic, B., S. Arulampalam, and N. Gordon, *Beyond the Kalman Filter-particle Filter for Tracking Applications*, 32{55, Artech House, 2004.
- [7] Ristic, B. and M. S. Arulampalam, *Tracking a manoeuvring target using angle-only measurements: algorithms and performance*, *Signal Processing*, 1223-1238, 2003.
- [8] A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, Eds., *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, Springer, New York, NY, USA, 2001.
- [9] J. Carpenter, P. Clifford, and P. Fearnhead, *Improved particle filter for nonlinear problems*, *IEE Proceedings—Radar, Sonar and Navigation*, vol. 146, no. 1, pp. 2–7, 1999.
- [10] P. Tichavsky, C. H. Muravchik, and A. Nehorai, *Posterior Cramer-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering*, *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 46, no. 5, pp. 1386–1396, 1998.

## Abstract

For maneuver onset detection sequential testing procedures are actually preferable because measurements are available sequentially. This paper addresses target maneuver onset detection based on Particle Filter (PF) tracking, where a two dimensional target observer is considered. A phase detection scheme is developed to recognized sequential probability ratio test (SPRT), with cumulative sum using two test variables. Particle filters accommodate the very quickly onset maneuver detection. Also, the results overwhelmingly confirm the superior performance of PF-based algorithms against the conventional IMM-based.

## Maneuver Detection Using Sequential Technique

Z. Radosavljevic, S. Stankovic