

# Prednosti upotrebe diskretnog i neosetljivog Kalmanovog filtra kod kardiosignala

Ana Gavrovska, *Student Member, IEEE*, Dubravka Jevtić

**Sadržaj** — U ovom radu razmatrane su mogućnosti upotrebe jednostavnog, linearnog, diskretnog i nelinearnog, neosetljivog Kalmanovog filtra u cilju otklanjanja šuma kod kardiosignala. U određenim slučajevima, oni su se pokazali boljim rešenjem od većine standardnih adaptivnih i autoregresivnih tehnika. Osim toga, ove tehnike omogućavaju dobijanje preciznijih rezultata u detektovanju lokalnih ekstrema, segmentaciji i analizi kardiosignala. Drugim rečima, one omogućavaju bolje rezultate vizuelno, kao i prilagodjene istreniranom slušnom aparatu, što dalje poboljšava donošenje pravilnih odluka pri dijagnozi.

**Ključne reči** — Diskretni Kalmanov filter, elektrokardiogram, fonokardiogram, Neosetljivi Kalmanov filter.

## I. UVOD

OD presudnog značaja za filtriranje realnih signala je poznavanje prirode šuma koji se želi odstraniti. Klasifikacija šuma usled njegove raznovrsnosti predstavlja veliki izazov. Usled nepoznavanja neželjenih komponenata pribegava se modelovanju greške koja nastaje pri neidealnim uslovima merenja. U tom slučaju neophodno je da odabrana tehnika bude adaptivna.

Ovde je želja autora bila da se Kalmanov filter prikaže kao uspešno rešenje u cilju otklanjanja šuma kod kardiosignala, kao što su elektrokardiogrami (ECG) i fonokardiogrami (PCG). Kako je klasična upotreba filtera u velikoj meri poznata i nezaobilazna, bilo je od interesa da se testiraju još neke metode u oblasti digitalne obrade signala, koje će pružiti vernije "očuvanje" vremenskog oblika sirovog signala.

Kardiosignali su kvaziperiodični signali, koji predstavljaju izazov za odstranjivanje neželjenih šumova i interferencija. Nesigurnost pri merenju je neizbežna. Ono što je cilj je da se ta nesigurnost svede na što je moguće manji nivo. Može se ukratko reći da ECG predstavlja zapis električne aktivnosti srca tokom vremena, a da PCG predstavlja zapis zvuka pokreta srčanih zalistaka. PCG predstavlja skup srčanih zvukova i srčanih šumova, tzv. murmura. U [1] i [2] može se pronaći odakle najčešće vode poreklo šumovi kod ECG i PCG signala.

Ana Gavrovska, stipendista Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, Srbija (telefon: 381-11-3370143; e-mail: anaga777@gmail.com).

Dubravka Jevtić, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, Srbija (telefon: 381-11-3370143; e-mail: dubravka.jevtic@gmail.com).

Kratak opis autoregresivnih tehnika filtriranja dat je u drugoj glavi. U trećoj glavi objašnjen je pristup Kalmanovog filtra i njegova dva predstavnika: diskretnog i neosetljivog. Ovde je po prvi put uveden termin "neosetljiv" na srpskom jeziku uz upotrebljen nelinearan filter.

U četvrtoj glavi opisano je koje su pretpostavke i podešavanja učinjeni, kao i način odabira rezultata. Rezultati same simulacije na kardiosignalima se mogu pronaći u petoj glavi. Na kraju su data poredjenja sa odabranim filterima u cilju predstavljanja uspešnosti Kalmanovog filtra.

## II. AUTOREGRESIVNI MODELI FILTRIRANJA

Najčešće se z-transformacija  $Y(z)$  izlaza digitalnog filtra  $y(n)$  dovodi u vezu sa z-transformacijom  $X(z)$  ulaza  $x(n)$  pomoću relacije

$$Y(z) = \frac{a_1 + a_2 z^{-1} + \dots + a_{n+1} z^{-n}}{b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{m+1} z^{-m}} X(z), \quad (1)$$

gde je  $G(z) = Y(z)/X(z)$  funkcija prenosa filtra. Red filtra je maksimum od  $n$  i  $m$  ( $n, m = 0, 1, 2, \dots$ ), dok  $a_i$  i  $b_j$  ( $i = \overline{1, n+1}$ ,  $j = \overline{1, m+1}$ ,  $b_1 = 1$ ) predstavljaju koeficijente filtra. Ako je  $n=0$ , takav model filtra je rekurzivan i naziva se tzv. autoregresivnim (AR – *autoregression*) modelom. Ako je  $m=0$ , model filtra je nerekurziv i naziva se tzv. modelom pokretnog usrednjavanja (MA – *moving average*). Ako su i  $n$  i  $m$  pozitivni čeli brojevi, onda izraz predstavlja kombinaciju prethodna dva slučaja. Takav model se naziva autoregresivnim modelom pokretnog usrednjavanja, ARMA. ARMA je svaki model koji generiše izlazni niz pomoću zbira funkcija prethodnih vrednosti izlaza i vrednosti ulaza. Ako su te funkcije linearne, u pitanju je linearni autoregresivni model pokretnog usrednjavanja, koji se u diskretnom slučaju vremena  $t$  može zapisati kao:

$$y(t) = \sum_{k=0}^n a_{k+1} x(t-k) - \sum_{l=1}^m b_{l+1} y(t-l) + \varepsilon(t), \quad (2)$$

gde je  $n$  red MA dela modela,  $m$  red AR dela modela, a  $\varepsilon(t)$  nekorelisana greška modelovanja izlaza filtra. Uslov fizičke realizacije je ispunjen, jer rezultat zavisi od predistorije već dobijenih ulaza i izlaza.

Filter MA je jedan od najpopularnijih alata u analizi diskretnih slučajnih procesa. Predstavlja jedan prozorski filter, koji najčešće samo računa srednju vrednost okolnih vrednosti odbiraka. Ovo se može zapisati na sledeći način:

$$y_s(t) = \frac{1}{2N+1}(x(t+N) + x(t+N-1) + \dots + x(t-N)), \quad (3)$$

gde je sa  $2N+1$  označena dužina prozora. Ovakav način "peglanja" je često i previše "uspešan" u otklanjanju visokofrekventnog šuma.

Medju velikim brojem adaptivnih filtara [3] može se reći da je LMS (*Least Mean Squares*) algoritam važno sredstvo u određivanju optimalnih parametara i da je samo jedna od mnogobrojnih tehnika adaptacije. Cena adaptacije u ovom slučaju iznosi

$$C(n) = E[e(n)^2] \quad (4)$$

i ona se želi minimizirati. Sa  $e(n)$  je obeležena načinjena greška.

Ovde su MA i LMS upotrebljeni u svrhu poredjenja sa Kalmanovim filtrom u šestoj glavi.

### III. KALMANOV FILTAR

#### A. Efikasno rekurzivno rešenje

Rekurzivna optimalna ocena, odnosno filtriranje, predstavlja proces estimacije stanja i/ili parametara sistema na osnovu vrednosti dobijenih merenjem, koje pristižu tokom vremena. Na tome je zasnovan Kalmanov filtar, odnosno tačnije na Bajesovoj formuli i njenoj neprekidnoj verziji.

Kalmanov filtar (*Kalman filter - KF*) je efikasno rekurzivno rešenje za problem diskretnog linearnog filtriranja. Predstavlja skup matematičkih jednačina za implementaciju estimatora tipa prediktor-korektor, za postizanje optimalnosti u smislu minimizacije ocene kovarijanse greške. Zbog toga se ovaj filtar naziva još i optimalni ili jednostavni KF. Posebno je popularan u navigaciji. Na osnovu nepreciznih merenja pozicije objekta koji se prati, mogu se oceniti tačna pozicija, brzina i ubrzanje, kao i ostali prethodno definisani parametri. Metodologija je jednostavna, kao i praktična i robusna za implementaciju. Reč je o adaptivnom visokofrekventnom IIR filtru sa *cut-off* frekvencijom koja zavisi od odnosa šuma procesa i šuma merenja, kao i ocene kovarijanse [4].

Srednjekvadratna greška MSE (*mean-squared error*) za vektor stanja  $X$  se izračunava kao

$$MSE = E\left[\left(\hat{X} - X\right)^2\right], \quad (5)$$

gde je  $\hat{X}$  funkcija od izvedenih merenja, odnosno ocena stanja.

Neka je  $X$  nepoznata slučajna promenljiva i  $Z$  slučajna promenljiva koja opisuje merenje. MMSE (*minimum mean-squared error*) estimacija se može zapisati kao  $\hat{X}(z) = E[X|Z=z]$  i koristi se radi ocene stanja.

#### B. Diskretni KF

Neka je  $x_k \in \mathfrak{R}^n$  stanje diskretnog kontrolisanog procesa u trenutku  $k$ , koji je opisan linearnom stohastičkom diferencnom jednačinom stanja

$$x_k = A_k x_{k-1} + B_k u_k + w_{k-1} \quad (6)$$

i merenjem  $z_k \in \mathfrak{R}^m$ , za koje važi

$$z_k = H_k x_k + v_k, \quad (7)$$

gde je  $u_k \in \mathfrak{R}^l$  kontrolni ulaz za stanje  $x_k$ , a  $w_{k-1}$  i  $v_k$  slučajne promenljive koje opisuju šum procesa i šum merenja, respektivno. Matrica  $A_k$  predstavlja matricu veze stanja trenutnog i prethodnog koraka,  $B_k$  matricu veze trenutnog kontrolnog ulaza i trenutnog stanja i  $H_k$  matricu veze trenutnog stanja i trenutnog merenja. Pretpostavlja se da šumovi procesa i merenja imaju normalne raspodele  $N(0, Q)$  i  $N(0, R)$ , respektivno, gde su  $Q$  i  $R$  odgovarajuće kovarijanse.

Neka je  $\hat{x}_k^- \in \mathfrak{R}^n$  apriorna ocena stanja u  $k$ -tom koraku i neka je  $\hat{x}_k \in \mathfrak{R}^n$  odgovarajuća aposteriorna ocena, pri čemu se uzima u obzir i opservacija  $z_k$ . Na osnovu njih se mogu definisati apriorna  $e_k^-$  i aposteriorna  $e_k$  greška estimacije na sledeći način:

$$e_k^- \equiv x_k - \hat{x}_k^-, \quad e_k \equiv x_k - \hat{x}_k. \quad (8)$$

Apriorna i aposteriorna kovarijansa greške ocene su respektivno:

$$P_k^- = E\left[e_k^- e_k^{-T}\right], \quad P_k = E\left[e_k e_k^T\right]. \quad (9)$$

Aposteriorna ocena stanja  $\hat{x}_k$  se prikazuje kao linearna kombinacija  $\hat{x}_k^-$  i razlike merenja  $z_k$  i predikcije merenja  $H_k \hat{x}_k^-$ , pomnožene odgovarajućim težinskim faktorom, što se može zapisati kao:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \left(z_k - H_k \hat{x}_k^-\right). \quad (10)$$

Razlika  $i_k = z_k - H_k \hat{x}_k^-$ , naziva se ostatkom ili inovativnim nizom. Matrica  $K_k$  se naziva Kalmanovim pojačanjem.

Optimalno  $K_k$  se dobija pomoću MMSE estimacije i u  $k$ -tom koraku iznosi:

$$K_k = P_k^- H_k^T \left(H_k P_k^- H_k^T + R_k\right)^{-1}. \quad (11)$$

U tom slučaju izraz za aposteriornu kovarijansu je:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^-. \quad (12)$$

Jedan ciklus KF-a se sastoji iz faze predikcije i faze korekcije. Faza predikcije predstavlja vremensko ažuriranje, koje se oslanja na izraze (6) i (7). Ažuriranje merenja se obavlja u fazi korekcije i opisuje se sa (10), (11) i (12).

#### C. Neosetljivi KF

Opšti model diskretnog, nelinearnog dinamičkog sistema predstavlja generalizaciju diskretnog Kalmanovog filtra u  $k$ -tom trenutku:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k, w_{k-1}), \quad (13)$$

$$z_k = h(x_k, v_k), \quad (14)$$

gde je  $x_k$  stanje,  $z_k$  merenje,  $u_k$  kontrolni ulaz,  $w_{k-1}$  šum merenja,  $v_k$  šum procesa, a  $f$  i  $h$  odgovarajuće nelinearne funkcije.

Nelinearan filtar UKF (*Unscented Kalman filter*) je usled nedostatka odgovarajućeg termina na srpskom jeziku nazvan “neosetljivim” Kalmanovim filtrom. Uz pomoć tzv. “neosetljive” transformacije (*unscented transformation*), aproksimira se Gausova raspodela [5]. Ova tehnika otklanja potrebu za analitičkim računanjem Jakobijana. UKF koristi odabir minimalnog skupa tačaka kao uzorka oko srednje vrednosti. Ove “sigma tačke” se propagiraju kroz nelinearne funkcije i izračunava se ocena kovarijanse greške. Rezultat je nelinearan filtar koji je veoma precizan u otklanjanju šuma.

#### IV. SIMULACIJA

U cilju testiranja upotrebljene su neke od baza koje se mogu naći na mreži [6], [7].

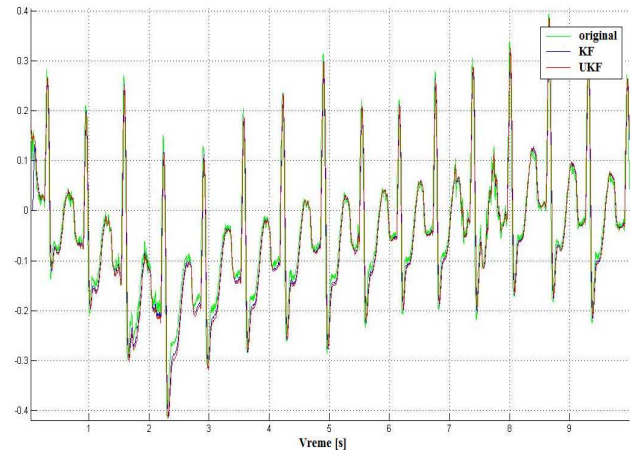
Diskretni KF je bio posebno zanimljiv iz razloga što unosi linearno kašnjenje. Njegova upotreba podrazumevala je pronalazak odgovarajućeg matematičkog modela koji će dovoljno dobro opisivati zadati ulazni signal. U slučaju odabira sistema reda  $n=2$ , ako vektor stanja opisuje položaj i brzinu objekta koji se prati pri navigaciji, matrica  $A$  iz izraza (6), ima oblik  $A = [1 \ \Delta t; 0 \ 1]$ , gde  $\Delta t$  određuje vremensku rezoluciju. Ako se zanemari uticaj kontrolnog ulaza, može se reći da ovako načinjen izbor parametara za posledicu daje da “brzina ne zavisi od trenutnog položaja”. To se kod kardiosignala pokazalo veoma lošim. Izbor da “brzina zavisi i od trenutnog položaja” daje odlične rezultate. Šum procesa takodje mora biti odgovarajućeg oblika [8]. Zahvaljujući testiranjima ECG i PCG signala, matrica oblika  $A = [1 \ \Delta t; 0.1 \ 0.9]$  se u većini slučajeva pokazala kao dovoljno dobar izbor parametara. Kako ovaj filtar može da rezultira veoma visokim vrednostima odnosa SNR (*Signal-to-Noise Ratio*), izbor je učinjen kao kompromis dovoljno malog SNR odnosa i dovoljno “ispeglanog” oblika signala. Razlike dobijene podešavanjem različitih koeficijenata za matricu  $H$  nisu bile velike, kao ni u slučaju testiranja sistema većeg reda. Želja autora je bilo testiranje i UKF-a, bez posebnih metoda modelovanja. U cilju testiranja za funkcije su izabrane one koje jednostavno uzimaju vrednost/i trenutnog/ih stanja.

Pri odabiru parametara, potrebno je voditi računa i o vremenu adaptacije KF-a. Kako je vreme prilagodjavanja KF-a manje, to je SNR veći. Za veće vrednosti SNR-a od 13dB, vreme prilagodjavanja iznosi manje od 15 odbiraka, što daje izuzetnu prednost nad standardnim adaptivnim metodama. Ovo se pokazalo tačnim za bazu ECG signala koja je testirana, uz inicijalizaciju početnog stanja kao koordinatnog početka. Takav izbor odgovara i PCG signalima.

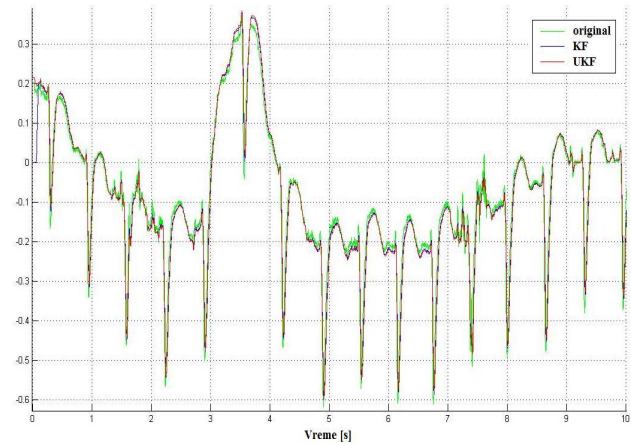
Ako su šum merenja i šum procesa kod jednostavnog KF-a uporedivi, onda nema smisla za upotrebom ovog filtra iz razloga što bi filtriran signal bio znatno lošiji od merenog. Kod UKF-a se mora postići suprotno, odnosno da te dve vrednosti budu uporedive da bi signal koji se određuje na osnovu ocene odgovarao merenom. Za odnos šuma merenja i šuma procesa, kod diskretnog KF-a izabrana je vrednost 5000, a u slučaju UKF-a vrednost 5.

#### V. REZULTATI SIMULACIJE

Na Sl. 1. i Sl. 2. prikazani su rezultati za prvih 10 sekundi signala 109.dat za kanal jedan i kanal dva, u slučaju filtriranja KF-om i UKF-om.

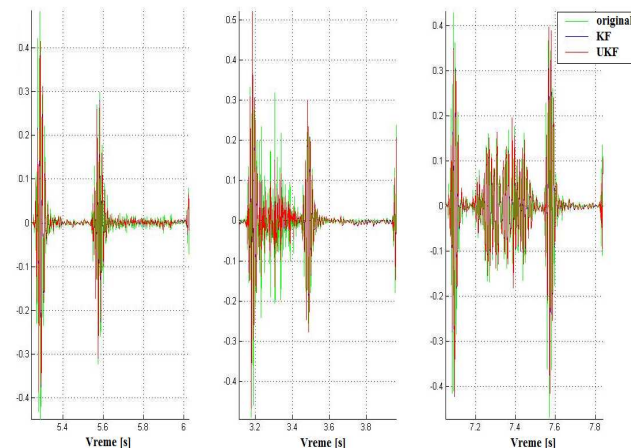


Sl. 1. KF i UKF filtriranje za signal 109.dat, 1.kanal



Sl. 2. KF i UKF filtriranje za signal 109.dat, 2.kanal  
U ovom slučaju, za 1. kanal odnos SNR iznosi 9.5821dB za KF i 8.2439dB za UKF, dok za 2. kanal iznosi 11.6610dB i 10.4992dB, respektivno.

Takodje su testirani i fonokardiogrami. Potrebno je napomenuti da se, u cilju prepoznavanja, oblik murmura u vremenskom domenu mora sačuvati. U zavisnosti od kardioolesti, ovi šumovi imaju odgovarajući oblik. KF i UKF su se i u ovom slučaju pokazali zadovoljavajućim. Na Sl.3. prikazani su slučajevi aortne regurgitacije, stenozе zalistka aorte i mitralne stenozе, respektivno.

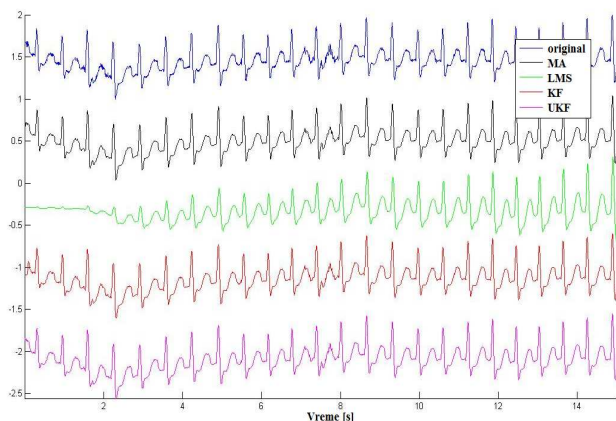


Sl. 3. KF i UKF filtriranje za tri oblika murmura

U prvom i trećem slučaju prikazani su dijastolski murmuri i to rani i srednjejastolski sa sužavanjem ("leptir" oblik), respektivno. U drugom slučaju je srednjesistolski murmur oblika romba. Izabrane vrednosti odnosa za SNR su 2.2487dB, 3.1174dB i 2.2455dB za KF i 1.9569dB, 2.8513dB i 1.9339dB za UKF, respektivno.

#### VI. POREĐENJE SA JOŠ NEKIM METODAMA FILTRIRANJA

U svrhu poredjenja prikazanih Kalmanovih filtara sa drugim metodama, poslužili su MA i LMS adaptivni filtar. Oni su ovde realizovani uz pomoć ugrađenih funkcija u okviru *Matlab*-a. Na Sl. 4. prikazano je poredjenje prethodno pomenutih filtara sa KF i UKF za prvi kanal signala 109.dat.

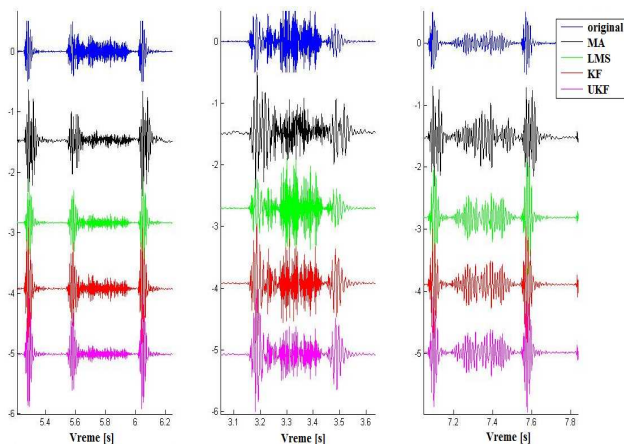


Sl. 4. Poredjenje filtara za signal 109.dat, 1.kanal

Adaptivni filtri se mogu smatrati odličnim rešenjem za duge signale. Medjutim, zbog velikog vremena adaptacije nema smisla primenjivati ih za kratke, jer se čak prva tri ciklusa smatraju nezadovoljavajućim. U smislu vremena prilagodjavanja, Kalmanov filtar se pokazao kao bolje rešenje.

U ovom slučaju, ECG signal nije "bogat" visokofrekventnim šumom, pa se ne može reći da postoji velika prednost KF i UKF u odnosu na MA i LMS. Prednost Kalmanovih filtara se pronalazi u slučajevima potrebe regulisanja i "očuvanja" relevantnog dela visokofrekventnog šuma, kao kod fonokardiograma.

Na Sl. 5. prikazano je poredjenje filtara za tri oblika murmura. Za razliku od ECG signala, ovde se pristup MA filtra može smatrati znatno lošijim u smislu očuvanja oblika murmura.



Sl. 5. Poredjenje filtara za tri oblika murmura

#### VII. ZAKLJUČAK

Uspešnost KF i UKF se zasniva na pažljivo odabranom modelu koji se upotrebljava i koji bi trebalo da simulira realni proces. Kako su ovde u pitanju realni signali promenljivog ponašanja, pokušalo se bez većih pretpostavki simulirati njihov model. Primena ovih filtara se može kombinovati sa mnogobrojnim tehnikama obrade signala.

Najveći problem sa kardiosignalima je saradnja sa lekarima čije se poznavanje signala zasniva na njihovoj istreniranosti, a ne na poznavanju korisnih komponenta koje je potrebno sačuvati. U slučaju PCG signala postavlja se pitanje da li je potrebno napraviti dve klase filtara, jednu prilagodjenu istreniranosti lekara, a drugu za prikazivanje signala i komponenta koje uho ne može da registruje.

#### LITERATURA

- [1] A. Gavrovska, D. Jevtic, *Preprocessing of cardiosignals using wavelets*, Etran conference, Palic, 2008, submitted for publication.
- [2] R. B. Northrop, "Signals and systems analysis in biomedical engineering", CRC Press, pp. 225-264, 2003.
- [3] Ali H. Sayed, "Adaptive Filters", IEEE Press, A John Wiley & Sons, Inc. Publication, 2008.
- [4] G. Welch. G. Bishop, *An Introduction to the Kalman filter*, University of North Carolina at Chapel Hill, Department of Computer Science, Chapel Hill, NC 27599-3175, ACM Inc., SIGGRAPH 2001.
- [5] S. J. Julier, J. K. Uhlmann, *A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems*, In Int. Symp. Aerospace/Defense Sensing, Simul. and Controls, pp. 182-193, 1997.
- [6] Electrocardiogram MIT-BIH Arrhythmia Database (Available: <http://www.physionet.org/physiobank/database/mitdb>)
- [7] Cardiothoracic Surgery of Savannah, Test Heart Sounds (Available: [http://www.openheartsurgery.com/heart\\_sounds.html](http://www.openheartsurgery.com/heart_sounds.html))
- [8] D. Simon, *Kalman filtering*, Embedded Systems Programming, vol. 14, no. 6, pp. 72-79, June 2001.

#### ABSTRACT

The paper considers the possibilities of using simple linear discrete and nonlinear Unscented Kalman filter for cardiosignal denoising. In some cases they appeared to be a better solution than most of the standard adaptive and autoregressive techniques. Moreover, they enable more accurate results in detecting local extremes, segmentation and analysis of cardiosignals. In other words, they enable better viewing and listening results, which improves correctness in making diagnosis decisions.

#### ADVANTAGES OF DISCRETE AND UNSCENTED KALMAN CARDIOSIGNAL FILTERING

A.Gavrovska, D.Jevtic