

# Selektivno kombinovanje kanala sa korelisanim $\alpha\text{-}\mu$ fedingom

Mihajlo Stefanović, Stefan Panić, Aleksandar Mosić, Marko Petković, Elektronski fakultet u Nišu,  
Dušan Stefanović, Visoka Tehnička škola u Nišu

**Sadržaj** —U ovom radu se razmatraju performanse SC (Selection Combining, selektivno kombinovanje) sistema u prisustvu korelisanog  $\alpha\text{-}\mu$  fedinga. Predstavljeni su veoma korisni izrazi u zatvorenom obliku, koji su dobijeni za funkciju raspodele verovatnoće izlaznih signala (PDF, probability density function) i funkciju kumulativne raspodele (CDF, cumulative density function). Glavni doprinos ove analize za kombajner sa dve grane, je taj da je ona uradena za generalni slučaj  $\alpha\text{-}\mu$  (Generalized Gamma, generalizovane gama) raspodele, koja unutar sebe kao specijalne slučajeve uključuje druge raspodele kao što su Vejbulova (Weibull) i Nakagami- $m$ , a samim tim i jednostranu Gausovu (One-Sided Gaussian) i Rejljevu (Rayleigh) koje su specijalni slučajevi Nakagami- $m$  raspodele), tako da naša analiza ima visok nivo generalizacije.

**Ključne reči** — Selektivno kombinovanje,  $\alpha\text{-}\mu$  raspodela.

## I. UVOD

RAZLIČITE tehnike za redukovanje efekta fedinga i uticaja kokanalne interferencije se koriste u sistemima bežičnih komunikacija [1]. Diverziti tehnike prijema, zasnovane na upotrebi višestrukih antena u prijemniku, omogućavaju efikasnu redukciju fluktuacija nivoa signala u kanalu. Prednost diverziti tehnika je ta, što one omogućavaju poboljšanje kvaliteta prenosa bez povećanja emitovane snage i proširenja propusnog opsega a takođe i povećavaju kapacitet kanala [2]. Postoji nekoliko tipova tehnika kombinovanja i njihova podela se generalno može izvršiti na osnovu ograničenja kompleksnosti komunikacionih sistema i celokupne informacije o stanjima kanala dostupne na prijemu. Jedna od najjednostavnijih metoda kombinovanja je selektivno kombinovanje (SC, selection combining). Tehnike kombinovanja kao što su kombinovanje sa jednakim pojačanjem (EGC, equal gain combining) i kombinovanje sa maksimalnim odnosom (MRC, maximal ratio combining) zahtevaju celokupnu ili delimičnu informaciju o stanju kanala primljenog signala. MRC i EGC tehnike kombinovanja zahtevaju razdvojene prijemne veze za

Mihajlo Stefanović, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: 381-18-529-424; e-mail: misa@elfak.ni.ac.yu).

Stefan Panić, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: 381-63-470649; e-mail: stefanpnc@yahoo.com).

Aleksandar Mosić, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija; (telefon: 381-63-8855448; e-mail: skmne@ptt.yu).

Marko Petković, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija; (e-mail: dexterofnis@gmail.com).

Dušan Stefanović, Visoka Tehnička Škola u Nišu, Srbija (telefon: 381-18-529-424; e-mail: dusan.stefanovic@itcentar.co.yu).

svaku granu diverziti sistema, što povećava njihovu kompleksnost. SC proces prijema koristi samo jednu od diverziti grana i mnogo je jednostavniji za realizaciju u odnosu na predhodne dve tehnike.

Generalno, selektivno kombinovanje, podrazumevajući da je snaga šuma podjednako raspodeljena između grana, bira granu sa najvećim odnosom signal-šum (SNR, signal-to-noise ratio), što je i grana sa najjačim signalom [1-3]. Postoji takođe vrsta selektivnog kombinovanja koja bira granu sa najvećom sumom signala i šuma [4]. U feding okružujući kao u čelijskim sistemima gde je nivo kokanalne interferencije dovoljno visok u odnosu na termički šum, SC bira granu sa najjačim odnosom signal-interferencija (SIR, signal-to-interference ratio) [5]. Kada se razmatraju korelisi kanali, većina radova razmatra slučaj dve grane jer analiza postaje komplikovana kako red diverzita raste [6], [7].

Višeputni feding u bežičnim komunikacijama je modelovan sa nekoliko raspodela uključujući Vejbulovu, Nakagami- $m$ , Hojtvu, Rejljevu i Rajsovou. Uzimajući u obzir dva značajna fenomena vezana za radio propagaciju, poznate kao nelinearnost i klasterovanje, u skorije vreme je predložen  $\alpha\text{-}\mu$  feding model [8], [9]. Ovaj model omogućava veoma dobaru aproksimaciju u širokom opsegu feding uslova. Ova raspodela ima istu funkcionalnu formu kao i generalizovana gama (Generalized Gamma) odnosno Stejsijeva (Stacy) raspodela [10].  $\alpha\text{-}\mu$  raspodela je predstavljena u funkciji fizički baziranih feding parametara, poznatih pod nazivom  $\alpha$  i  $\mu$ . Generalno govoreći,  $\alpha$  se odnosi na nelinearnost okruženja dok  $\mu$  asocira na broj višeputnih klastera [11]. Efekat korelisanog fedinga je intenzivno analiziran metrikom performansi bežičnih komunikacionih sistema. U radovima [12, 13] analiziran je selektivni diverziti Vejbulovih feding kanala. U novijim radovima [14-15] dobijene su združene PDF i CDF višestruke Nakagami- $m$  i Rejljeve raspodele. Prema dosadašnjim saznanjima, ne postoji analitička studija selektivnog kombinovanja koja uključuje predočeni  $\alpha\text{-}\mu$  feding za željeni signal, predstavljena u literaturi.

U ovom radu, razmotrili smo diverziti sistem sa modelom višestruko korelisanih  $\alpha\text{-}\mu$  feding kanala. Modelujemo feding  $\alpha\text{-}\mu$  raspodelom sa konstantnim, što odgovara višeputnom prostiranju talasa u nehomogenom okruženju. U cilju proučavanja efektivnosti bilo koje modulacione šeme i tipa korišćenog fedinga, preporučljivo je odrediti performance sistema u odnosu na uslove kanala [3]. U ovom radu, za predloženi model sistema, izvedeni su izrazi za funkciju kumulativne raspodele (CDF) i funkciju raspodele verovatnoće (PDF) izlaznog signala za diverziti selektivnog kombinovanja. Numerički rezultati za

PDF su grafički prezentovani. Glavni doprinos ove analize je da model  $\alpha\text{-}\mu$  feding kanala uključuje kao specijalne slučajeve druge značajne raspodele kao što su Vejbulova i Nakagami- $m$  (odnosno, jednostrana Gausova i Rejljeva, koje su takođe specijalni slučajevi Nakagami- $m$  raspodele), tako da naša analiza ima visok stepen generalizacije.

## II. MODEL SISTEMA

$\alpha\text{-}\mu$  raspodela je opšta feding raspodela koja se koristi za bolje prezentovanje malih varijacija feding signala u feding uslovima bez direktnе vidljivosti. Ona obezbeđuje dobar sklop za druge raspodele kao što su Vejbulova i Nakagami- $m$  koje se koriste u mnogim bežičnim komunikacionim aplikacijama. U ovom radu, razmatran je bežični komunikacioni sistem sa SC diverzitom drugog reda. Željeni signal primljen na  $k$ -toj anteni terminala, može se opisati pomoću [13]:

$$D_i(t) = R_i e^{j\phi_i(t)} e^{j[2\pi f_c t + \Phi(t)]} \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

gde  $f_c$  predstavlja noseći frekvenciju,  $\Phi(t)$  signal željene informacije,  $\phi_i(t)$  trenutnu fazu iz opsega  $[0, 2\pi]$ , a  $R_i(t)$  slučajni proces sa  $\alpha\text{-}\mu$  raspodelom amplitude datom sa[9]:

$$f_{R_i}(t) = \frac{\alpha_i \mu_i^{\mu_i} t^{\alpha_i \mu_i - 1}}{t^{\alpha_i} \Gamma(\mu_i)} \exp\left(-\mu_i \frac{t^{\alpha_i}}{t}\right) \quad t \geq 0, \quad (2)$$

gde je  $\Gamma(\bullet)$  Gamma funkcija,  $\Omega = t^2/m$ , sa  $\hat{t} = \sqrt[m]{E(R_i^\alpha)}$  biti  $\alpha$  - koren glavne vrednosti,  $\mu$  je inverz normalizovane varijanse  $R^\alpha$  odnosno:

$$\mu = \frac{E^2(R^\alpha)}{V(R^\alpha)}, \quad \mu > 0 \quad (3)$$

i  $E(\cdot)$  i  $V(\cdot)$  su, respektivno, operatori očekivanja i varijanse.

Performanse SC sa dve grane mogu biti date uzimajući u obzir, kao u [13], efekat nedovoljnog antenskog prostora, tako da željeni, anvelopama korelisan  $\alpha\text{-}\mu$  fadinga slučaj, sa pratećim raspodelama [11]:

$$f_{R_1, R_2}(R_1, R_2) = f_{R_1}(R_1) f_{R_2}(R_2) \sum_{l=0}^{\infty} \frac{l! \Gamma(\mu_1)}{\Gamma(\mu_1 + l)} P_{12}^l L_l^{\mu_1-1} \left( \frac{\mu_1 R_1^{\alpha_1}}{R_1^{\alpha_1}} \right) L_l^{\mu_2-1} \left( \frac{\mu_2 R_2^{\alpha_2}}{R_2^{\alpha_2}} \right) \quad (4)$$

zamenom (2) u (4):

$$f_{R_1, R_2}(R_1, R_2) = \frac{\alpha_1 \mu_1^{\mu_1} R_1^{\alpha_1 \mu_1 - 1}}{R_1^{\alpha_1} \Gamma(\mu_1)} \exp\left(-\frac{\mu_1 R_1^{\alpha_1}}{R_1^{\alpha_1}}\right) \frac{\alpha_2 \mu_2^{\mu_2} R_2^{\alpha_2 \mu_2 - 1}}{R_2^{\alpha_2} \Gamma(\mu_2)} \exp\left(-\frac{\mu_2 R_2^{\alpha_2}}{R_2^{\alpha_2}}\right) \times \sum_{l=0}^{\infty} \frac{l! \Gamma(\mu_1)}{\Gamma(\mu_1 + l)} P_{12}^l L_l^{\mu_1-1} \left( \frac{\mu_1 R_1^{\alpha_1}}{R_1^{\alpha_1}} \right) L_l^{\mu_2-1} \left( \frac{\mu_2 R_2^{\alpha_2}}{R_2^{\alpha_2}} \right) \quad (5)$$

Značajno je navesti da  $\rho$  predstavlja korelacioni koeficijent snage definisan kao  $cov(R_i^2, R_j^2)/(var(R_i^2)var(R_j^2))^{1/2}$ .  $L_n^k(x)$  je generalisani Laguerre polinom dat [16]:

$$L_n^k(x) = \sum_{m=0}^n (-1)^m \frac{(n+k)!}{(n-m)!(k+m)!m!} x^m \quad (6)$$

Selektivni kombajner bira i daje na izlazu granu sa najvećim nivoom signala.

$$R = R_{\text{out}} = \max(R_1, R_2) \quad (7)$$

Za ovaj slučaj združena funkcija kumulativne raspodele može biti napisana [3]:

$$F_{R_1, R_2}(R_1, R_2) = \int_0^{R_1} \int_0^{R_2} f_{R_1, R_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (8)$$

Funkcija kumulativne raspodele izlaznog signala, može biti izvedena iz (6) poštujući dogovor da  $R_1=R_2=R$  kao u [13]:

$$F_R(R) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{j=0}^l G_l \gamma\left(\mu_1 + j, \frac{\mu_1 R^{\frac{\alpha_1}{2}}}{\hat{R}_1^{\frac{\alpha_1}{2}}}\right) \gamma\left(\mu_1 + m, \frac{\mu_1 R^{\frac{\alpha_1}{2}}}{\hat{R}_2^{\frac{\alpha_1}{2}}}\right) \quad (9)$$

gde je:

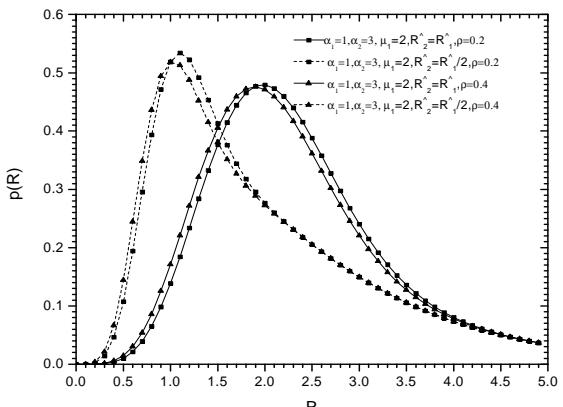
$$G_l = \frac{(-1)^{j+m} l! \rho_{12}^l}{j! m! (l-j)! (l-m)!} \frac{((\mu_1 - 1 + l)!)^2}{(\mu_1 - 1 + j)! (\mu_1 - 1 + m)! \Gamma(\mu_1) \Gamma(\mu_1 + l)} \quad (20)$$

i  $\gamma(a, x)$ , najniža nekompletan Gamma funkcija [17].

Beskonačna suma u (9), za diverziti slučaj sa dve grane, konvergira za bilo koju vrednost parametara  $\rho$ ,  $\hat{R}_1^{\frac{\alpha_1}{2}}$ ,  $\hat{R}_2^{\frac{\alpha_2}{2}}$ ,  $\mu_1$ ,  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ . Broj izraza koje treba sabrati da se dobije željena tačnost, zavisi u većoj meri od korelacionog koeficijenta  $\rho$ . Broj izraza raste sa porastom korelacionog koeficijenta. Za specijalan slučaj  $\mu_1=1$  možemo izvesti izraz za cdf za Vejbulovu i za specijalan slučaj  $\alpha_1=2$  and  $\alpha_2=2$  možemo izvesti izraz za cdf za Nakagami- $m$  raspodelu. Ova opštost funkcije kumulativne raspodele izlaznog signala za brojne feding raspodele je glavni doprinos našeg rada.

Funkcija gustine raspodele verovatnoće (PDF) izlaznog signala može se lako izvesti iz sledećeg izraza:

$$p_R(R) = \frac{d}{dR} F_R(R) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{j=0}^l G_l \left( \frac{\alpha_1 \mu_1^{\mu_1+j} R^{\frac{\alpha_1(\mu_1+j)}{2}} e^{-\frac{\mu_1 R^{\frac{\alpha_1}{2}}}{\hat{R}_1^{\frac{\alpha_1}{2}}}}}{2 \hat{R}_1^{\frac{\alpha_1}{2}}} \gamma\left(\mu_1 + m, \frac{\mu_1 R^{\frac{\alpha_1}{2}}}{\hat{R}_2^{\frac{\alpha_1}{2}}}\right) \right. \\ \left. + \frac{\alpha_2 \mu_2^{\mu_2+m} R^{\frac{\alpha_2(\mu_2+m)}{2}} e^{-\frac{\mu_2 R^{\frac{\alpha_2}{2}}}{\hat{R}_2^{\frac{\alpha_2}{2}}}}}{2 \hat{R}_2^{\frac{\alpha_2}{2}}} \gamma\left(\mu_1 + j, \frac{\mu_1 R^{\frac{\alpha_1}{2}}}{\hat{R}_1^{\frac{\alpha_1}{2}}}\right) \right) \quad (11)$$



Sl.1. Funkcija gustine raspodele verovatnoće izlaznog signala za različite vrednosti tipova fedinga i korelacionog koeficijenta.

Slika 1 prikazuje funkciju gustine raspodele verovatnoće izlaznog signala za balansirani i nebalansirani odnos signala na ulazu grana i različitih vrednosti korelacionog koeficijenta I različitih tipova fedinga (različite vrednosti  $\alpha$  i  $\mu$ , uključuju specijalne slučajevе Nakagami-m Vejbulove raspodela).

### III. ZAKLJUČAK

U ovom radu su analizirane performanse sistema selektivnog kombajnera za slučaj koreliranih  $\alpha\text{-}\mu$  kanala. Feding između diverziteta grana je koreliran i  $\alpha\text{-}\mu$  raspodeljen. Kompletna statistika za SC izlazni signal je data u zatvorenom obliku, npr. PDF i CDF. Ove performanse sisetma su detaljno analizirane i grafički predstavljene, čime je pokazan uticaj korelacionog koeficijenta i varijacije fedinga. Predložena aproksimacija je jednostavna, efektivna i vrlo precizna pa se može koristiti za izračunavanje verovatnoće otkaza sistema prostornog diverzita. Glavni doprinos ove analize kombajnera sa dve grane je taj da je urađena analiza za opšti slučaj  $\alpha\text{-}\mu$  raspodele koja u sebi uključuje kao posebne slučajevе druge raspodele kao što su Vejbulova i Nakagami- $m$  (odnosno, jednostrana Gausova i Rejljeva, koje su takođe specijalni slučajevi Nakagami- $m$  raspodele), tako da naša analiza ima visok stepen generalizacije.

### LITERATURA

- [1] G.L. Stuber,: "Mobile communication'paper title" *Kluwer*, USA, 2003, 2nd edn.
- [2] W.C.Y. Lee,: "Mobile communications engineering", *Mc-Graw-Hill*, New York, 0-7803-7005-8/01, 1992.
- [3] M.K. Simon, and M.S. Alouini, : "Digital communication over fading channels" *Wiley*, New York, 2005, 2nd edn.
- [4] E.A. Neasmith, N.C. Beaulie,: "New Results in selection diversity", *IEEE Trans Commun.*, 1998, 46, pp. 695–704..
- [5] S. Okui,: "Effects of SIR selection diversity with two correlated branches in the m-fading channel", *IEEE Trans. Commun.*, 2000; 48, pp.1631–3.
- [6] M. Schwartz, W. R. Bennett, and S. Stein,: "Communication Systems and Techniques" , *New York*, 1966.
- [7] L. Izzo, G. Fedele, and M. Tanda,: "Dual Diversity Reception of M-ary DPSK Signals over Nakagami Fading Channels", *Sixth IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, 1995. *PIMRCapos*, Volume 3, Issue , 27-29 Sep 1995
- [8] M. D. Yacoub,: "The  $\alpha\text{-}\mu$  Distribution: A Physical Fading Model for the Stacy Distribution", *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Jan. 2007., 56 (1), pp. 27–34.
- [9] M. D. Yacoub,: "A general fading distribution", *IEEE Inter. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, *PIMRC2002*, 2, pp. 629-633, 2002.
- [10] E. W. Stacey,: "A generalization of the Gamma distribution", *Annal. Math. Stat.* , 1962., 33, pp. 1187–1192
- [11] A. A. De Souza Rausley, G. Fraidenraich, M.D. Yacoub,: "On the Multivariate  $\alpha\text{-}\mu$  Distribution With Arbitrary Correlation", *VI International Telecommunications Symposium (ITS2006)*, September 3-6, 2006, Fortaleza-CE, Brasil
- [12] M. Stefanović, et al.: "Performance analysis of system with selection combining over correlated Weibull fading channels in the presence of cochannel interference", *Int J Electron Commun (AEU)* (2007), Digital Object Identifier: 10.1016/j.aeue.2007.09.006.
- [13] N.C. Sagias, GK. Karagiannidis, D.A Zogias, P.T. Mathiopoulos, G.S. Tombras, : " Performance analysis of dual selection diversity over correlated Weibull fading channels", *IEEE Trans Commun* 2004; 52(7), pp.1063-7.
- [14] Mihajlo Stefanović, Aleksandar Mosić, Stefan Panić, Srđan Jovković, "SIR analiza SC diverziti sistema sa tri grane sa konstantnom korelacijom signala i interferencije", *ETRAN 2008*, Palić 2008
- [15] Mihajlo Stefanović, Aleksandar Mosić, Stefan Panić, Srđan Jovković, "Analysis over triple SC over constant correlated Rayleigh signal and interference based on signal to interference ratio", *ICEST 2008*, Niš 2008
- [16] <http://mathworld.wolfram.com/LaguerrePolynomial.html>, accessed May 2008.
- [17] I. Gradshteyn and I. Ryzhik.: 'Tables of Integrals, Series, and products', *Academic Press*, 1980 New Yourk.

### ABSTRACT

In this paper, system performances of selection combining and correlated  $\alpha\text{-}\mu$  (Generalized Gamma) fading channels are analyzed. Fading between the diversity branches is correlated and distributed with  $\alpha\text{-}\mu$  distribution. Very useful closed-form expressions are obtained for the output signal's probability density function (PDF) and cumulative distribution function (CDF). The main contribution of this analysis for dualbranch signal combiner, is that it has been done for general case of  $\alpha\text{-}\mu$  (Generalized Gamma) distribution, which includes as special cases important other distributions such as Weibull and Nakagami- $m$  (therefore, the One-Sided Gaussian and Rayleigh are also special cases of it), so our analysis has high level of generality.

### TITLE OF THE PAPER IN ENGLISH

Mihajlo Stefanović, Stefan Panić, Aleksandar Mosić,  
Marko Petković, Dušan Stefanović.