

# Distribuirano upravljanje snagom i primena teorije igara

Goran T. Popović

**Sadržaj** — Teorija igara proučava situacije konflikta između dva ili više učesnika u igri. Cilj je da se odredi ponašanje sudionika koje je za njih najpovoljnije, pod uslovom da deluju racionalno. Premda je razvijena kao alat za ekonomska istraživanja, teorija igara je ubrzo našla primenu u mnogim naukama. U ovom radu biće pokazani neki osnovni pojmovi teorije igara a zatim njene prednosti u funkciji alata za analizu nekih problema u telekomunikacijama. Ukazaćemo na nekoliko primera gde se teorija igara uspešno primenjuje, sa posebnim akcentom na problem upravljanja snagom kod višekorisničkih sistema i nagovestiti perspektive njene dalje primene.

**Ključne reči** — Nešov ekvilibrijum, Teorija igara, Upravljanje snagom

## I. UVOD

TEORIJA igara proučava sve one situacije gde konačno rešenje nekog problema, koji se može modelovati igrom, ne zavisi samo od jednog igrača nego i od odluka svih ostalih učesnika. Ponašanja učesnika u igri su međuzavisna, utiču jedna na druge, ali utiču i na konačan rezultat procesa odlučivanja. Dodatna složenost javlja se i zbog činjenice da su interesi učesnika često direktno suprotstavljeni. Ekonomisti već dugo koriste teoriju igara kao efiksno oruđe za određivanje akcija ekonomskih agenata [1], kao što su firme na tržištu. Poslednjih godina međutim, sve više se koristi u širokom spektru problema u telekomunikacionim sistemima.

Glavni razlog zbog koga je teorija igara pogodan alat za analizu telekomunikacionih mreža je taj što se teorija igara primarno bavi distribuiranom optimizacijom tj. individualnim korisnicima koji su po prirodi sebični a pri tome moraju donositi samostalne odluke, umesto da se odlučuje od strane centralnog autoriteta. U većini slučajeva rešavanje ovih problema optimizacije veoma je teško, pogotovo kada se veličina mreže povećava.

Može se reći da je teorija igara čak pogodnija za rešavanje problema u telekomunikacijama, gde su agenti verovatno neka vrsta računara, nego u ekonomiji gde odlučuju ljudi. Teorija igara uzima da svi igrači teže da maksimiziraju sopstvenu funkciju dobiti na način koji je savršeno racionalan, što se u slučaju ljudskog odlučivanja retko može reći. Kada su međutim igrači kompjuterizovani agenti, razumno je pretpostaviti da su uređaji na taj način

programirani da maksimiziraju očekivanu vrednost funkcije dobiti. Stoga je pretpostavka o racionalnosti razumnija za mašine nego za ljude.

## II. TEORIJA IGARA

Daćemo kratak pregled nekih od najvažnijih pojmova teorije igara .

Svaka igra ima tri osnovne komponente: skup igrača, skup mogućih akcija svakog od igrača i skup funkcija dobiti koje mapiraju akcione profile u realne brojeve. Označimo skup igrača sa  $I = \{1, 2, 3, \dots, I\}$ . Za svakog igrača  $i \in I$  označavamo sa  $A_i$  skup mogućih akcija koje igrač  $i$  može poduzeti a  $A = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_I$  je prostor svih akcionih profila. Konačno, za svakog igrača  $i \in I$  uzimamo da  $u_i : A \rightarrow \mathbf{R}$  predstavlja funkciju dobiti  $i$ -tog igrača. Pretpostavimo takoda je  $a \in A$  profil strategije a  $i \in I$  je igrač, tada  $a_i \in A_i$  predstavlja akciju  $i$ -tog igrača u  $a$  a  $a_{-i}$  predstavlja akcije ostalih  $I-1$  igrača.

Jedan od najvažnijih pojmova u teoriji igara svakako je Nešov ekvilibrijum. Nešov ekvilibrijum je akcioni profil u kome ni jedan korisnik nije na dobitku ako učini bilo kakvu unilateralnu promenu. Dakle, Nešov ekvilibrijum je stabilna radna tačka, jer ni jedan korisnik nema interesa da menja strategiju. Formalno iskazano, Nešov ekvilibrijum je strateški profil takav da za svako  $\tilde{a}_i \in A_i$ ,

$$u(a_i, a_{-i}) \geq u(\tilde{a}_i, a_{-i}) \quad (1)$$

Drugi veoma važan pojam u teoriji igara koji je ovde od interesa je Pareto efikasnost. Za akcioni profil  $a \in A$  kaže se da je Pareto efikasan ukoliko je nemoguće poboljšati korist bilo kog igrača a da se ne pokvari korist drugog igrača.

		Player 2		
		L	M	R
Player 1	U	3,2	3,0	1,1
	D	1,0	1,0	2,1

Sl.1. Primer igre sa dva igrača

Za ilustraciju uzimamo jednostavnu igru sa dva igrača koja se obično predstavlja u matricnoj formi. Koristićemo matricu igre na slici koja će ilustrovati nekoliko prethodnih definicija.

U ovom slučaju, pretpostavljamo da igrači biraju svoje poteze simultano. Igrač 1 bira vrstu a igrač 2 kolonu. Izabrani par u svakom polju predstavlja dobiti za svakog igrača pri realizaciji datog strateškog profila (izbor vrste i kolone). Dobit igrača 1 je prva cifra u paru.

U igri sa slike 1 postoje dve čiste strategije Nešovog ekvilibrijuma. Prva je (U,L) a druga je (D,R). Primetimo da je (U,L) jedina Pareto efikasna tačka u matrici. Dakle nije svaki Nešov ekvilibrijum i Pareto efikasan. U nekim igrama, u stvari, nijedan Nešov ekvilibrijum nije Pareto efikasan.

Igre sa ponavljanjem sa observabilnim akcijama predstavljaju klasu igara koja nam je ovde od posebnog interesa. Osnovna ideja je da se igra vrši tako da se ponavljaju potezi istog skupa igrača. Nakon što svaki od igrača odigra u jednoj iteraciji igre, svi igrači proučavaju poslednji potez svojih oponenta. Na osnovu toga igrači biraju svoju dalju strategiju. Na ovaj način se povećava strategijski prostor. Strategija si igrača i je sada mapiranje od skupa mogućih istorija H ka skupu akcija igrača i, Ai.

### III. PRIMENA U BEŽIČNIM SISTEMIMA

Komunikaciono okruženje sa više predajnika i prijemnika, koji dele isti prenosni medijum, pri čemu dolazi do međusobne interferencije, je kompetitivno okruženje u kome se korisnici takmiče za mrežne resurse. Sa druge strane, interakcija među korisnicima stvara mogućnosti za kooperaciju višestrukih predajnika ili prijemnika iz koje svi mogu izvući korist. Tipični primer takvog okruženja su mobilni bežični sistemi, gde svi korisnici dele isti bežični interfejs. Kombinacija CDMA i OFDM tehnologija je najozbiljniji kandidat za bežične sisteme četvrte generacije. Problem upravljanja snagom u ovakvim sistemima je jedan od tipičnih primera problema u telekomunikacionim mrežama, gde je moguće primeniti alate teorije igara [2]. Koriste se za alokaciju resursa i upravljanje interferencijom na *uplink*-u i *downlink*-u. Uloga upravljanja snagom na *uplink*-u je da izračuna svakom korisniku dovoljnu snagu za dostizanje zahtevanog kvaliteta servisa a da se pri tome ne stvori nepotrebna interferencija koja će ugroziti ostale korisnike. U problemima upravljanja snagom, korist svakog igrača se povećava sa povećanjem SINR a smanjuje sa povećanjem nivoa predajne snage. U bežičnim sistemima od izuzetne važnosti je efikasnost utroška energije obzirom na baterijsko napajanje korisničkih uređaja. Svaki korisnik sebično želi maksimizirati sopstvenu funkciju koristi. Ako su nivoi snage svih ostalih korisnika fiksirani, tada se povećanjem snage jednog korisnika povećava i njegov SINR. U ovom slučaju, korisnik bi jednostavno trampio snagu za SINR. U realnim sistemima, međutim, rast snage jednog od korisnika ima i druge posledice. Kada korisnik povećava svoju predajnu snagu, povećava se interferencija koja deluje na ostale korisnike, čime se smanjuje njihov

SINR što ih primorava da i sami povećavaju nivo snage. Teorija igara je dobar alat za analizu ovakvih situacija.

U bežičnim sistemima, pretpostavimo da korisnici predaju informacije brzinom R bit/s u L-bitnim paketima kroz opseg u proširenom spektru W (Hz). Neka je  $p_j$  snaga kojom predaje korisnik j. Uzimamo da se korisnicima dodeljuju nivoi snage iz skupa nenegativnih realnih brojeva  $p_j \in [0, \infty)$ . Definišemo SINR za korisnika j:

$$SINR_j = \gamma_j = \frac{W}{R} \frac{h_j p_j}{\sum_{i \neq j} h_i p_i + \sigma^2} \quad (2)$$

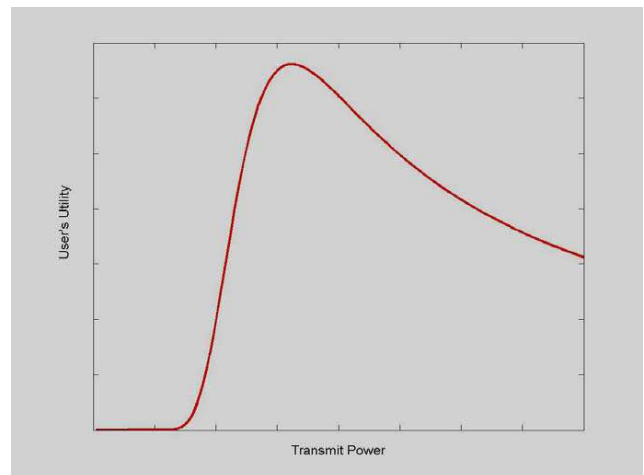
gde je  $h_j$  prenosna funkcija kanala od korisnika j do bazne stanice a  $\sigma^2$  je snaga pozadinskog šuma na prijemu. Uzimamo da je pozadinski šum aditivni beli Gausov šum (AWGN).

Obzirom na ovo, funkcija koristi igrača j izražena u bit/J predstavlja se sa:

$$u_j(p_j, \gamma_j) = \frac{R}{p_j} (1 - 2BER(\gamma_j))^L \quad (3)$$

gde je  $BER(\gamma_j)$  BER koji se postiže datom prenosnom šemom. U praksi se pokazalo da postoji veliki broj situacija gde je važnije poboljšati efikasnost snage nego povećati protok. U tim slučajevima važnije je maksimizirati broj bita koji se prenosi po 1J energije nego maksimizirati protok.

Primer funkcije koristi jednog igrača gde se uzima da su predajne snage ostalih igrača fiksne pokazan je na slici.



Sl. 2. Tipična funkcija koristi

Na ovoj slici horizontalna osa pokazuje snagu kojom korisnici predaju a vertikalna osa pokazuje korist igrača. Ako je predajna snaga korisnika suviše mala tada je primljena snaga korisnika na baznoj stanici niža od primljenih snaga drugih korisnika. Ovo će imati za posledicu da je SINR nizak, što kompromituje performanse korisnika a to se reflektuje na pad funkcije koristi igrača kako  $p_i \rightarrow \infty$ .

Do sada smo dakle definisali objektivnu funkciju korisnika kao i prostor iz koga on bira svoje predajne snage (nenegativne realne brojeve). Koristeći rečnik teorije igara, definisali smo funkciju koristi i strateški prostor. Pretpostavimo sada da svaki korisnik unilateralno bira svoju predajnu snagu. Rezultat za svakog korisnika je posledica sopstvenih odluka igrača ali i odluka ostalih. Svaki igrač će pokušati da učine najbolji mogući izbor, uzimajući u obzir da se i ostali igrači ponašaju na isti način. Pretpostavimo da naši korisnici imaju potpune informacije jedni o drugima i da su potpuno racionalni. Tada, u skladu sa teorijom igara, naši korisnici će izabrati operativnu tačku koja predstavlja Nešov ekvilibrijum u igri i koga uzimamo za kriterijum optimizacije.

Druga poželjna karakteristika rezultata igre (ili bilo kog optimizacionog problema koji uključuje nekoliko različitih objektivnih funkcija) je Pareto efikasnost. Očigledno je da ukoliko je problem upravljanja snagom bio centralizovan, tada centralni kontroler ne bi nikada želeo izabrati rezultat koji je Pareto neefikasan – centralizovani kontroler bi uvek želeo poboljšati rezultat za korisnika ako bi se takvo poboljšanje moglo izvesti bez narušavanja ostalih korisnika. U praktičnim mrežama je međutim čest slučaj da se centralizovano upravljanje snagom ne može vršiti.

Moguće je nekoliko alternativnih igara upravljanja snagom. Prva igra, koja se naziva arbitrarna igra omogućava baznoj stanici da arbitrira igru na način da kažnjava korisnike koji pokušavaju varati. Druga igra je već pomenuta igra sa ponavljanjem u kojoj se podrazumeva da igrači nisu kratkovidi pa se razmatra uticaj njihovih trenutnih akcija na dalji razvoj igre. Treća alternativa je tzv. Igra plaćanja. U ovom scenariju se korisnici na neki način „kažnjavaju“ za interferenciju koju uzrokuju ostalim korisnicima.

Kada su u pitanju *Ad Hoc* mreže situacija se još više komplikuje obzirom na dinamičku prirodu ovih mreža i nedostatak bilo kakvog centralizovanog autoriteta. Svaki čvor mreže, koji u ovom slučaju predstavlja igrača u igri, može pristupiti svim ostalim čvorovima koji su mu dostupni. Jedan od osnovnih problema kod dizajna ovakvih mreža je efikasnost potrošnje energije. Pored toga, različiti čvorovi mogu biti u vlasništvu različitih provajdera. Posledica svega toga je da se svaki čvor ponaša sebično i kao jedini cilj ima maksimizaciju sopstvene dobiti. Ovo je klasični primer nekooperativne igre.

Još jedan primer primene u bežičnim mrežama novije generacije je kognitivni radio. Kognitivni radio ima mogućnost analize okruženja, iskustvenog ponašanja i donošenja inteligentnih odluka u cilju podešavanja sopstvenih prenosnih parametara u skladu sa trenutnim stanjem okruženja. Kognitivni radio predajnici su dakle autonomni agenti koji optimizuju svoje performanse modifikacijom prenosnih parametara i međusobne interakcije ovakvih agenata mogu se efikasno modelovati teorijom igara.

#### IV. PRIMENA U DSL TEHNOLOGIJAMA

DSL okruženje se tradicionalno smatra sistemom sa jednim korisnikom gde je svaki korisnik povezan sa CO preko jedne dodeljene parice. Telefonske linije različitih korisnika smeštene su istom kablju i zbog fizičke blizine kreiraju međusobnu elektromagnetsku interferenciju koja se manifestuje kao preslušavanje. Preslušavanje, bilo NEXT ili FEXT je dominantan izvor šuma na liniji. Iz tog razloga i DSL okruženje se može smatrati višekorisničkim sistemom iako su linije dodeljene. Kod tradicionalnih DSL sistema PSD za sve modeme je bila fiksna bez obzira na okruženje u petlji. U savremenim modemima vrši se dinamička optimizacija PSD svakog modema na osnovu uslova u petlji čime se značajno popravljaju performanse sistema. Ovo je naročiti značajno u novijim DSL sistemima koji koriste više frekvencijske opsege gde je problem preslušavanja izraženiji. Problem upravljanja snagom u DSL sistemima razlikuje se od problema upravljanja snagom u bežičnim sistemima u dva ključna aspekta. Prvo, iako DSL prenosno okruženje varira od linije do linije, ono ne varira u vremenu. Fading i mobilnost ne predstavljaju problem. Stoga je realno pretpostaviti da je znanje o kanalu savršeno. Sa druge strane za razliku od uskopojasnih bežičnih sistema u kojima se pretpostavlja flat-fading, DSL linije su frekvencijski selektivne. Stoga optimalna alokacija snage mora uzeti u obzir ne samo ukupan iznos snage koji se dodeljuje svakom korisniku, nego takođe i alokaciju snage po frekvencijama. DSL sistemi kao i bežični sistemi su podložni near-far efektu koji se dešava kada dva predajnika koja su locirana na različitim udaljenostima od CO pokušavaju komunicirati sa istom CO. Ako je jedan predajnik zbatno bliži CO od drugog, interferencija generisana od strane bližeg predajnika može premašiti signal daljeg predajnika. Predloženi su razni algoritmi za prevazilaženje ovog problema a jedan deo njih zasnovan je na primeni teorije igara. Algoritmi izvedeni iz ovakvog pristupa zasnovani su na konceptu kompetitivne optimalnosti gde se upravljanje snagom može implementirati distribuirano ili uz minimalnu centralizovanu kontrolu. U centralizovanoj implementaciji centar za upravljanje spektrom sakuplja sve informacije o kanalu i šumu i izračunava vektore raspodele snage na način da se maksimizira brzina a zatim ih šalje pojedinačnim korisnicima za implementaciju. Šeme sa distribuiranim upravljanjem su međutim u prednosti u uslovima tržišta sa razvezanom petljom gde konkurentni provajderi servisa dele isti kabal. U takvim okolnostima teško je primeniti konvencionalne šeme uklanjanja interferencije jer konkurentskom provajderu nije dozvoljen pristup signalu na fizičkom sloju. Brzina prenosa podataka za svakog korisnika je konkavna funkcija snage njegovog signala pa je prirodno da svaki korisnik maksimizira sopstvenu brzinu podataka uzimajući da su snage ostalih korisnika fiksne na trenutnom nivou. Svaka linija poseduje znanje o prenosnoj funkciji sopstvenog kanala i profilu šuma, a svaki modem je u stanju da izvrši optimizaciju svojih performansi lokalno što je praktično situacija nekooperativne igre. Distribuirana koordinacija je u osnovi situacija konflikta

među korisnicima. Svaki korisnik bi želeo povećati sopstvenu brzinu čak i na račun ostalih korisnika. Predajna strategija za svakog korisnika je jednostavno njegova alokacija snage a interferencija od ostalih korisnika se tretira kao šum. Funkcija dobiti je sopstvena brzina za svakog korisnika. U ovom prilazu svaki modem koristi IWF iterativni *waterfilling* algoritam [5] za optimizaciju sopstvenog spektra tj. Funkcije dobiti tako što optimizuju sopstvenu predajnu PSD u odnosu na šum uzrokovan ostalim modemima u kablju. IWF je praktično proširenje klasičnog *water-filling* algoritma prilagođeno višekorisničkom okruženju. Počevši od bilo kog inicijalnog spektra svi modemi unutar kabla nezavisno provode WF proceduru. Dokazano je da pod izvesnim uslovima ovako opisana igra ima jedinstveni Nešov ekvilibrijum [6]. Lokalno optimizovana alokacija snage je Nešov ekvilibrijum u igri i predstavlja radnu tačku iz koje niti jedan korisnik nema interes da izađe. U praksi se pokazalo da je ovaj ekvilibrijum uvek jedinstven ali nije uvek i Pareto optimalan [9].

#### V. ZAKLJUČAK

Ograničenost resursa koje savremeni telekomunikacioni sistemi koriste kao i potreba za prenosom sve većih količina podataka u što kraćem vremenu, neprestano otvara nove perspektive primene teorije igara za rešavanje različitih problema.[10] Većina ovih problema vezani su za alokaciju ograničenih resursa i upravljanje snagom korisnika. Sebični interesi pojedinačnih učesnika u igri efikasno se modeluju nekooperativnom igrom. U ovom radu predstavljene su osnovne ideje na kojima su ovakvi sistemi utemeljeni.

#### LITERATURA

[1] Svetlana Rakočević, "Teorija igara kao osnov ekonomskog ponašanja," *Montenegrin Journal of Economics*, vol. .II, no. 3, July 2006.

- [2] F. Meshkati, M. Chiang, H. V. Poor, S. C. Schwartz, "A Game-Theoretic Approach to Energy-Efficient Power Control in Multicarrier CDMA Systems", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 24, No. 6, Jun. 2006
- [3] G. Scutari, D. P. Palomar, S. Barbarossa "Optimal Linear Precoding Strategies for Wideband Noncooperative Systems Based on Game Theory-Part I: Nash Equilibria" *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, No.3, Mar. 2008.
- [4] Nobuo Yamashita, Zhi-Quan Luo, "A Nonlinear Complementarity Approach to Multiuser Power Control for Digital Subscriber Line", *Optimization Methods and Software*, vol. 19, Issue 5, Oct. 2004 pages 633-652.
- [5] Zhi-Quan Luo, Jong-Shi Pang, "Analysis of Iterative Waterfilling Algorithm for Multiuser Power Control in Digital Subscriber Lines," *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 2006, Issue 1, Jan. 2008.
- [6] W.Yu, G.Ginis, J.M. Cioffi, "Distributed multiuser power control for digital subscriber lines," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, pp. 1105–1115.
- [7] W.Yu, G.Ginis, J.M. Cioffi, "An adaptive Multiuser Power Algorithm for VDSL," *IEEE Global Telecommunications Conference, 2001. GLOBECOM Volume 1, Issue 1, 2001* Page(s):394 - 398 vol.1
- [8] Wei Yu, "Competition and cooperation in multi-user communication environments," Ph.D. dissertation, Dept. Elect. Eng., Stanford Univ., 2002.
- [9] V. Gajic, B. Rimoldi, "Game Theoretic Consideration for the Gaussian Multiple Access Channel", ISIT 08-IEEE International Symposium on Information Theory, Toronto, July 6-11, 2008.
- [10] A. B. MacKenzie, S. B. Wicker, "Game theory in communications: Motivation, explanation, and application to power control," *Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference*, pp. 821–826, San Antonio, TX, USA, November 2001

#### ABSTRACT

This paper considers a game theory applications in the multiuser power control problems in wireless and wired frequency-selective interference channel. The interference channel is modeled as noncooperative game and existence and uniqueness of nash equilibrium is presented.

#### DISTRIBUTED POWER CONTROL AND GAME THEORY APPLICATION

Goran T. Popovic